



**Pró-Reitoria Acadêmica  
Escola de Negócios  
Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Economia**

**GASTO EM EDUCAÇÃO E O DIFERENCIAL DE SALÁRIOS  
POR QUALIFICAÇÃO – ELASTICIDADE DE SUBSTITUIÇÃO  
ENTRE CONSUMO E ADIMPLÊNCIA**

**Autor: Augusto Marques de Castro Oliveira  
Orientador: Prof. Dr. Wilfredo Fernando Leiva Maldonado**

**Brasília - DF  
2016**

**AUGUSTO MARQUES DE CASTRO OLIVEIRA**

**GASTO EM EDUCAÇÃO E O DIFERENCIAL DE SALÁRIOS POR  
QUALIFICAÇÃO – ESTIMAÇÃO DA ELASTICIDADE DE SUBSTITUIÇÃO  
ENTRE CONSUMO E ADIMPLÊNCIA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Economia da Universidade Católica de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Doutor em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Wilfredo Fernando Leiva Maldonado.

**Brasília  
2016**


O48g Oliveira, Augusto Marques de Castro.  
Gasto em educação e o diferencial de salários por qualificação – elasticidade de substituição entre consumo e adimplência. / Augusto Marques de Castro Oliveira – 2016.  
61 f.; il.: 30 cm

Tese (Doutorado) – Universidade Católica de Brasília, 2016.  
Orientação: Prof. Dr. Wilfredo Fernando Leiva Maldonado

1. Economia. 2. Educação. 3. Salário. 4. Crédito. 5. Consumo. 6. Inadimplência. I. Maldonado, Wilfredo Fernando Leiva, orient. II. Título.

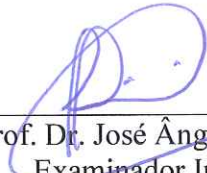
CDU 331.2

Tese de autoria de Augusto Marques de Castro Oliveira, intitulada “Gasto em educação e o diferencial de salários por qualificação – Elasticidade de substituição entre consumo e adimplência”, requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Economia, defendida e aprovada, em 05 de abril de 2016, pela banca examinadora constituída por:



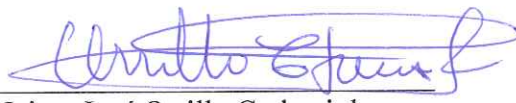
---

Prof. Dr. Wilfredo Fernando Leiva Maldonado  
Orientador  
Universidade Católica de Brasília - UCB




---

Prof. Dr. José Ângelo Divino  
Examinador Interno  
Universidade Católica de Brasília - UCB



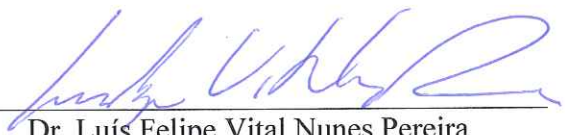
---

Prof. Dr. Jaime José Orrillo Carhuajulca  
Examinador Interno  
Universidade Católica de Brasília - UCB



---

Prof. Dr. Maurício Bugarin  
Examinador Externo  
Universidade de Brasília – UnB



---

Dr. Luís Felipe Vital Nunes Pereira  
Examinador Externo  
Secretária do Tesouro Nacional - STN

A Deus e à minha família, que trazem  
esperança e felicidade à minha vida.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço,

A Deus, pela dádiva da vida e pelas oportunidades crescentes de aprendizado.

A minha esposa e meus filhos pela paciência e compreensão frente às constantes e necessárias ausências; pelo incentivo incessante e diário; pelo companheirismo, mesmo nas horas mais difíceis; enfim, por serem tão especiais e tão importantes e sem os quais, jamais conseguiria finalizar tantos projetos, dentre os quais, o presente trabalho.

Aos meus pais por terem me ensinado o valor do estudo.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação *Strictu Sensu* em Economia da Universidade Católica de Brasília, que foram sempre muito atenciosos e dedicados nas disciplinas ministradas. Em especial: ao professor Wilfredo Maldonado, pela orientação e apoio para realização deste trabalho; e aos professores José Ângelo e Jaime Orrillo, que contribuíram com críticas e melhorias na fase final, como examinadores internos.

Ainda no âmbito acadêmico, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa concedida, que foi de extrema importância para a concretização deste curso.

À Maysa Dalarmi, por sua atenção em todas as ocasiões, auxiliando sempre a todos com especial carinho.

A todos que contribuíram para a realização deste trabalho.

“o mais valioso de todos os capitais é o que se investe em seres humanos”

Alfred Marshall

## RESUMO

Referência: OLIVEIRA, Augusto Marques de Castro. **Gasto em educação e o diferencial de salários por qualificação – Estimação da elasticidade de substituição entre consumo e inadimplência**. 61 folhas. Tese de Doutorado em Economia – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2016.

Este trabalho compreende dois estudos. O primeiro refere-se a um modelo de horizonte infinito de escolha de nível educacional, no qual encontramos que, no longo prazo, existe uma relação estável entre salários e gastos em educação. Pelo lado da demanda, foi analisado o impacto do diferencial de salários dos trabalhadores com diferentes níveis de qualificação sobre a demanda das Unidades Federativas do Brasil (UF's) e dos países integrantes da União Europeia (UE). O segundo estudo refere-se a um modelo dinâmico com hábitos no consumo e horizonte infinito no qual o consumidor é tomador de crédito e decide o seu nível de consumo, o pagamento de sua dívida e a contratação de novos empréstimos. Estimam-se os parâmetros desse modelo utilizando os dados do mercado de crédito brasileiro e analisamos a sensibilidade das variáveis no estado estacionário a choques na taxa de juros para verificar quais são os impactos da política monetária sobre o mercado de crédito brasileiro.

Palavras-chave: Educação; Salário; Crédito; Consumo; Inadimplência.

## **ABSTRACT**

This work includes two studies. The first refers to an infinite horizon model of educational level choice, in which we find that in the long term, a stable relationship between wages and spending on education. On the demand side, it is assessed the impact of the workers' skill premium on the relative demand of qualified workers in the Brazilian Federal States (UF's). An analogous analysis is performed for the country members of the European Union (EU). The second study considers a dynamic model with habit formation and infinite horizon in which the consumer is a borrower which decides her level of consumption, payment of her debt and the new loans contract. It is estimated the parameters of this model using data from the Brazilian credit market and analyzed the sensitivity of the variables at steady state with respect to shocks in the interest rate to evaluate the impacts of monetary policy on the Brazilian credit market.

Keywords: Education; Wage; Credit; Consumption; Default.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>10</b>
<b>2 GASTO EM EDUCAÇÃO E O DIFERENCIAL DE SALÁRIOS POR QUALIFICAÇÃO</b> ....	<b>17</b>
2.1 LITERATURA SOBRE EDUCAÇÃO E O DIFERENCIAL DE SALÁRIOS .....	17
2.2 MODELO TEÓRICO .....	19
2.2.1. Demanda por mão de obra .....	19
2.2.2. Oferta por mão de obra.....	20
2.3. DIFERENCIAIS SALARIAIS: UNIÃO EUROPEIA .....	26
2.3.1. Dados.....	26
2.3.2. Testes de Raiz Unitária .....	26
2.3.3. Estimação .....	27
2.4. DIFERENCIAIS SALARIAIS: BRASIL .....	33
2.4.1. Base de dados .....	33
2.4.2. Testes de Raiz Unitária .....	34
2.4.3. Estimação .....	34
2.5. SÍNTESE DO CAPÍTULO 2 .....	38
<b>3 ESTIMAÇÃO DA ELASTICIDADE DE SUBSTITUIÇÃO ENTRE O CONSUMO E ADIMPLÊNCIA</b> .....	<b>40</b>
3.1 LITERATURA SOBRE CONSUMO E INADIMPLÊNCIA .....	40
3.2 MODELO TEÓRICO .....	41
3.3. ESTÁTICA COMPARATIVA .....	45
3.4. RESULTADOS.....	47
3.4.1. Dados.....	47
3.4.2. Teste de Raiz Unitária .....	48
3.4.3. Estimação .....	49
3.5. SÍNTESE DO CAPÍTULO 3 .....	53
<b>4 CONCLUSÕES</b> .....	<b>55</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>57</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Esse trabalho compreende dois estudos de economia dinâmica. O primeiro refere-se a um modelo de horizonte infinito de escolha de nível educacional que, no longo prazo, dada uma distribuição de salários, os agentes imprimem em seus filhos um determinado nível de ensino. Na próxima geração, esses filhos, quando posicionados na condição de trabalhadores, investem na educação de seus respectivos descendentes levando em conta o nível de salários. Esse processo gera no mercado uma mesma distribuição de salários.

Já o segundo estudo refere-se a um modelo dinâmico com hábitos no consumo e horizonte infinito no qual o consumidor é tomador de crédito e decide o seu nível de consumo, o pagamento de sua dívida e a contratação de novos empréstimos. Esses dois estudos utilizam na sua metodologia técnicas de programação dinâmica e a estimação dos parâmetros das equações estruturais geradas e nessas estimações é utilizado o método GMM dada a possibilidade de endogenia de algumas variáveis. Diante do exposto começaremos com uma breve introdução do tema relacionado ao primeiro estudo e posteriormente o segundo.

A educação é vista pela teoria econômica neoclássica como um componente do capital humano, isto é, como um insumo fundamental ao bom desempenho econômico de uma nação. Schultz (1971) relaciona o capital humano com processo de crescimento econômico, identificando os mecanismos que podem levar a sua ampliação, seja pela via do investimento público, seja pelo caminho da decisão individual de investir em educação em busca de melhores salários.

A principal diferença entre o capital humano e as outras formas de capital é que o primeiro constitui uma propriedade de titularidade intransferível, sendo hoje um dos aspectos mais marcantes na discussão sobre as novas relações de trabalho, baseadas em insumos de conhecimento. (Valdemir Pires, 2010).

Assim a educação formal, como insumo de conhecimento, além de promover ganhos de produtividade ela também aumenta os rendimentos individuais e os investimentos nessa área potencializam as chances de inserção dos indivíduos no mercado de trabalho. Segundo dados do Relatório<sup>1</sup> da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), publicado em 2015, em todos os países analisados, os trabalhadores com educação

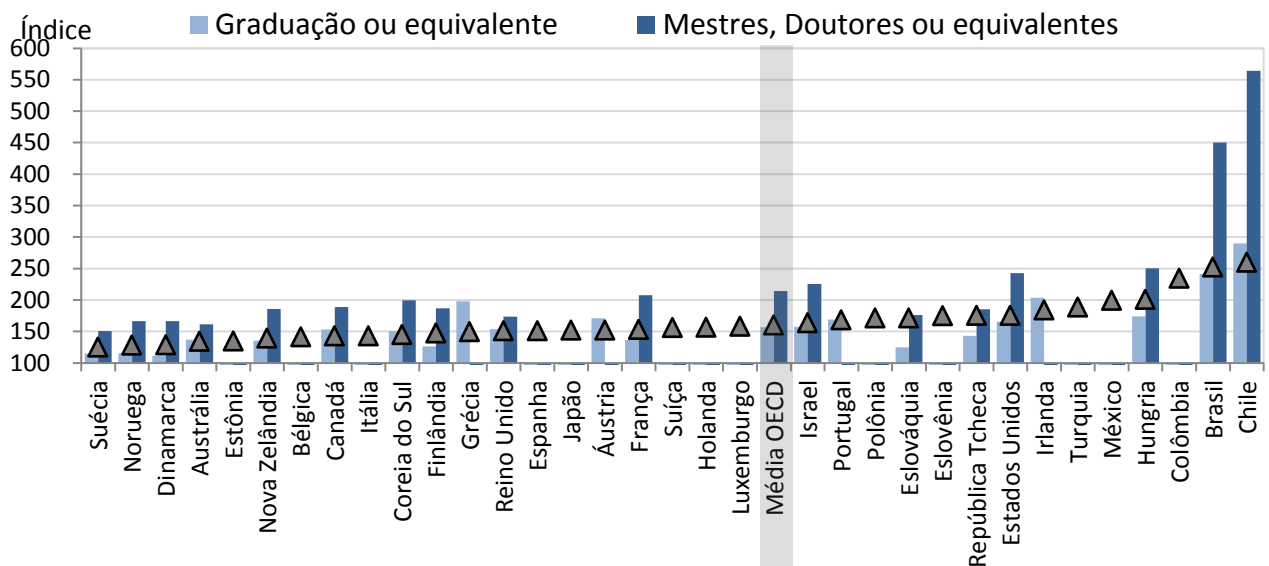
---

<sup>1</sup> *Education at a Glance*. É uma fonte de informações comparáveis de 46 países: 34 deles são membros da OCDE e alguns países parceiros, incluindo o Brasil, além dos membros do Grupo dos 20 (G20).

superior ganham mais do que os trabalhadores com ensino médio (Gráfico 1), mostrando assim a importância da educação em termos de retornos salariais. O índice apresentado no Gráfico 1 considera a base 100 aqueles trabalhadores que possuem apenas o ensino médio, por exemplo, se os trabalhadores com nível superior de um determinado país estiverem no índice 120, isto significa que esses trabalhadores ganham 20% a mais que os trabalhadores com apenas nível médio.

No Brasil, em 2013, os indivíduos com idades entre 25 e 64 anos que tinham diploma de educação superior ganhavam em média 141% a mais que os trabalhadores que só tinham ensino médio. Essa disparidade é mais que o dobro da média OCDE de 57%. Quando observamos as pessoas com doutorado, o Brasil e o Chile são os países em que essas pessoas são as mais altamente recompensadas em relação às pessoas com menos educação. Elas chegam a ganhar mais do que 4 vezes a renda de uma pessoa com nível médio (464% no caso do Chile). Enquanto que os menores ganhos relativos encontram-se na Dinamarca, Noruega e Suécia.

Gráfico 1 – Renda relativa dos trabalhadores com educação superior, por nível de educação superior (2013)



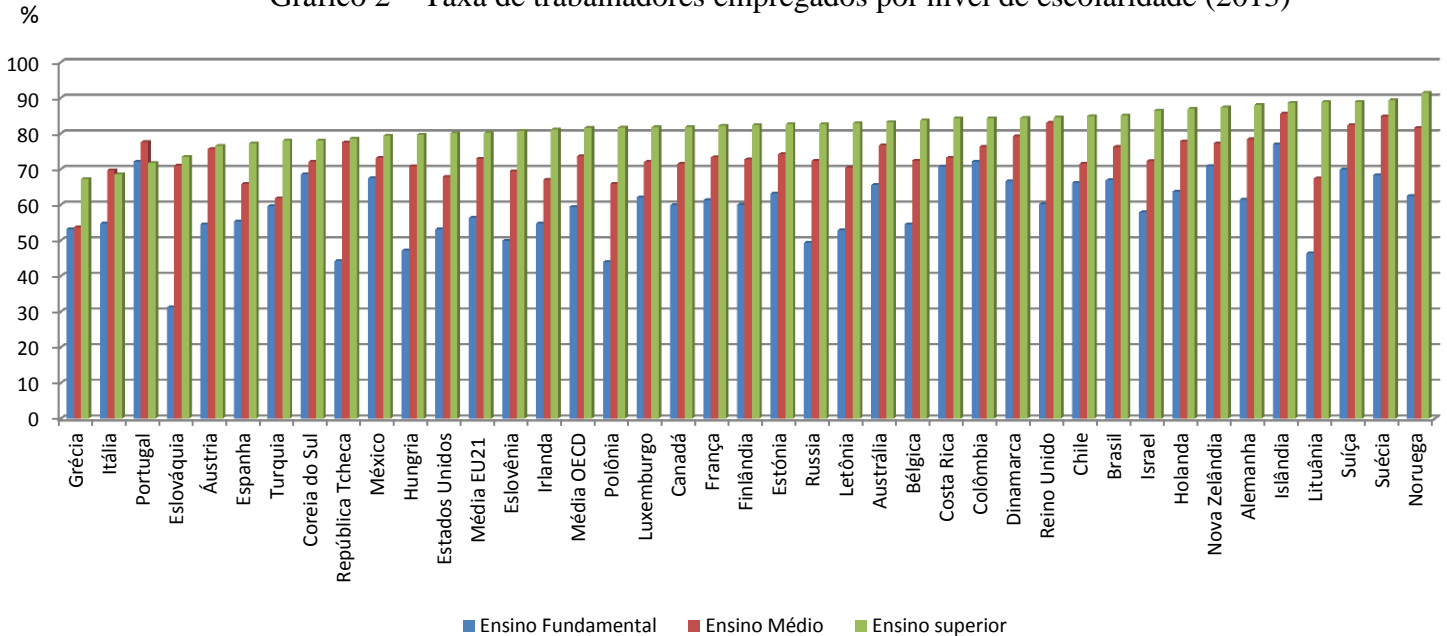
Nota: Educação superior inclui cursos sequenciais, graduação, mestrado, doutorado ou diplomas equivalentes. Nível médio = 100.

Fonte: OCDE/Education at a Glance 2015. Tabela A6.1a

Os dados mostram que níveis mais elevados de educação geralmente se traduzem em melhores chances de emprego (Gráfico 2) e um salário mais elevado. Para todos os países membros da OCDE, quanto maior o nível de escolaridade, maior a renda relativa. O Brasil encontra-se entre os 10 países com a maior taxa de trabalhadores, com nível superior,

empregados (85%), acima da média dos países membros da OCDE (82%). Na Noruega, 91% dos trabalhadores com nível superior estão empregados, enquanto que na Grécia esse percentual cai para 67%.

Gráfico 2 – Taxa de trabalhadores empregados por nível de escolaridade (2013)



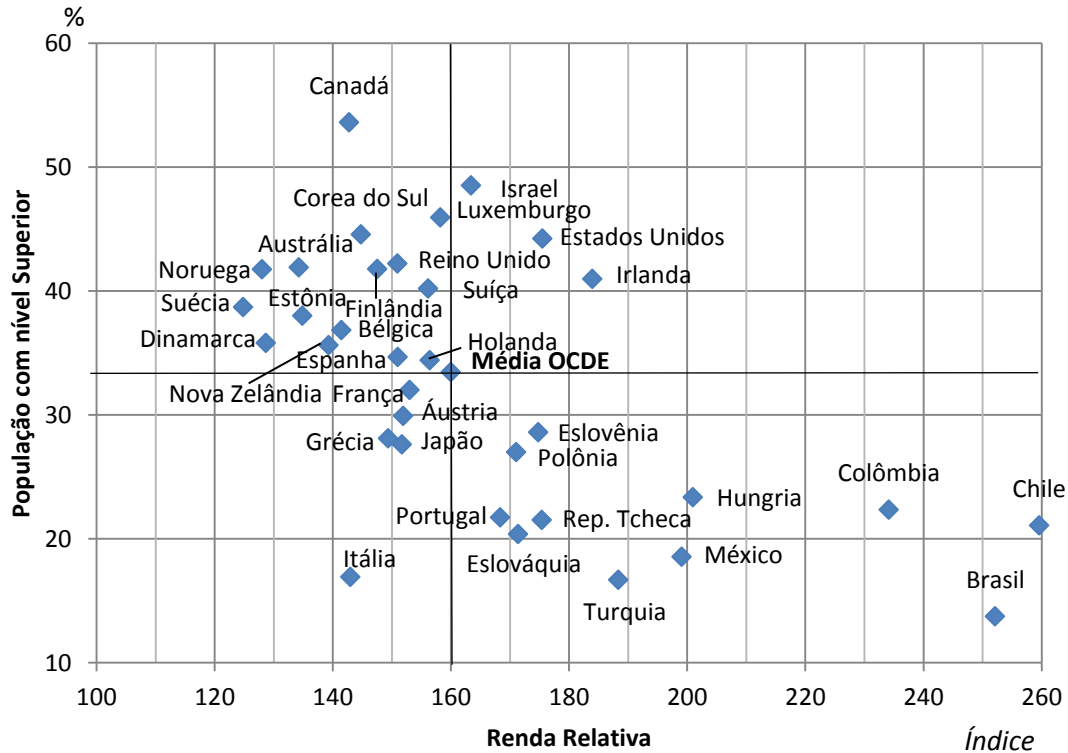
Fonte: OCDE/Education at a Glance 2015. Tabela A5.1a. Elaboração: própria do autor.

O potencial aumento de ganhos salariais ao longo do tempo juntamente com outros benefícios sociais é um incentivo para os indivíduos buscarem um avanço no seu nível de escolaridade. Variações nos ganhos relativos entre os países refletem uma série de fatores, incluindo a demanda por competências no mercado de trabalho, a oferta de trabalhadores em vários níveis de escolaridade, leis referentes a salários, a força dos sindicatos, dentre outros. (OCDE, 2015).

De acordo com o relatório da organização internacional cerca de 25% dos indivíduos com nível superior ganham mais do que o dobro da média, cerca de 10% ganham igual ou inferior à média e apenas 3% desses trabalhadores ganham mais do que duas vezes a mediana.

O Gráfico 3 mostra a renda relativa dos trabalhadores com nível superior e o percentual desses trabalhadores sobre a população total de cada país. Podemos perceber que em países onde o percentual de trabalhadores com nível superior é menor a renda relativa é maior, como no caso do Brasil, Chile e Colômbia. Enquanto que, nos países em que possuem um percentual alto de trabalhadores com nível superior, os ganhos relativos são menores, como na Noruega, Suécia e Dinamarca. Evidenciando o efeito entre oferta e demanda de mão de obra qualificada.

Gráfico 3 – Renda relativa dos trabalhadores com nível superior e o percentual sobre a população (2013)



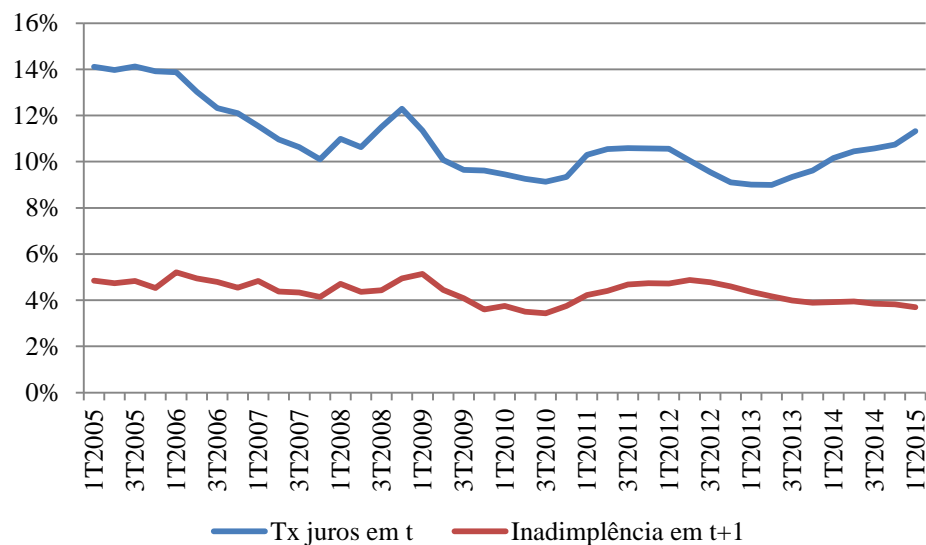
Fonte: OCDE/Education at a Glance 2015. Tabela A6.4. Nível médio = 100.

Agora faremos uma breve introdução ao tema relacionado ao segundo estudo. O crédito bancário é visto como uma atividade que alavanca o crescimento econômico, e é o caminho seguro para o aumento da renda per capita. Assim, o crédito detém a força econômica e hoje a maioria das transações comerciais não tem nada a haver com moeda e sim com crédito. Os créditos determinam os rumos da economia.

As operações de intermediação financeira – captação e empréstimos – sustentam variados graus de incerteza, dando origem aos riscos das instituições. Quando fazem operações de crédito, os bancos querem ter certeza de receber de volta os valores emprestados, mais os juros pactuados, pois os intermediários financeiros têm obrigações para com os seus depositantes. Como essa certeza não existe, os bancos, sempre, cobram um adicional a título de risco de crédito, ou seja, um valor associado à probabilidade de não receber o valor emprestado.

Em períodos de recessão econômica, principalmente, esse risco de crédito se acentua e os juros cobrados nas operações se elevam. Pelo Gráfico 4 percebemos que no período do 4º trimestre de 2007 até 3º trimestre de 2013, o aumento da taxa de juros das operações de crédito livres é acompanhada pelo aumento da inadimplência no período seguinte, apresentando um correlação de 0,64.

Gráfico 4 – Taxa média de juros das operações de crédito livres e a taxa de inadimplência



Com o aumento da taxa de juros dos empréstimos gera-se uma redução na demanda por este tipo de operação e conseqüentemente ocorre uma redução no consumo, que é um importante propulsor do crescimento econômico. Com a redução do consumo, reduz-se a produção de bens e conseqüentemente a redução de empregos e da renda da população, gerando assim mais recessão econômica.

Por esse motivo compreender o comportamento do tomador de crédito e a sua escolha individual entre consumo e inadimplência é extremamente importante para o delineamento da política monetária. Assim partimos da teoria neoclássica do consumidor que é aquela originada dos trabalhos de Jevons (1871), Marshall (1890), Walras (1874), dentre outros. Ela sustenta seu raciocínio na ideia de que é possível compreender o comportamento dos agentes econômicos e a complexidade das relações que existem entres eles reduzindo esse comportamento às escolhas de um agente representativo.

Quando todos os indivíduos partilham as mesmas preferências, possuem acesso às mesmas informações, e são dotados de expectativas e capacidades similares o agente representativo surge como uma simplificação satisfatória para a representação agregada das decisões. Através do estudo do comportamento do agente representativo, a ciência econômica é capaz de explicar o processo de crescimento econômico, o impacto das políticas macroeconômicas sobre a atividade econômica e as flutuações cíclicas nos mercados, entre outros fenômenos econômicos.

Dada a racionalidade desse agente representativo, o mesmo tenderá, sempre, a maximizar a sua utilidade (sua satisfação). Em outras palavras, o agente procura maximizar a utilidade do consumo dado uma determinada restrição de recursos. Pindyck e Rubinfeld (2002) definem a utilidade na teoria do consumidor como o valor numérico que representa a satisfação que o consumidor obtém de uma cesta de mercado. É nesse sentido que esse segundo estudo objetiva analisar o comportamento do consumidor tomador de crédito através do seu nível de impaciência, o grau de substituição entre a taxa de pagamento e o consumo, e o seu comportamento mediante choque na taxa de juros.

Assim, esses estudos apresentam diversas contribuições tanto teóricas quanto empíricas. Inicialmente, utilizando um modelo de escolha intertemporal de educação provamos que a estrutura de gastos em educação determina a estrutura salarial no longo prazo. Então, verificamos, empiricamente, que isso é verdade tanto para as Unidades Federativas do Brasil (UF's) como para os países integrantes da União Europeia (UE). Depois, utilizando a mesma base de dados estimamos a elasticidade de substituição entre os trabalhadores qualificados e não qualificados.

No segundo estudo será apresentado um modelo que aborda uma função utilidade não linear, do agente representativo, com hábitos no consumo e inadimplência, em um horizonte de tempo infinito. Esse modelo é uma extensão do modelo de Dubey, Geanakoplos e Shubik (2005), evitando a solução trivial – solução de canto, através da não linearidade. Então, aplica-se o modelo proposto ao mercado de crédito brasileiro e analisa o comportamento do consumidor tomador de crédito como mencionado anteriormente. Os resultados analíticos obtidos nestes estudos são inéditos constituindo-se um trabalho original.

Além desta introdução, este trabalho divide-se em outros três capítulos. Em seu segundo capítulo abordamos o tema relacionado à educação e o diferencial de salários por qualificação. No terceiro capítulo tratamos da estimação da elasticidade de substituição entre o consumo e a taxa de pagamento. Vale ressaltar que em ambos os capítulos (2 e 3),

apresentamos uma revisão de literatura bem como o modelo teórico e análise empírica além de uma síntese do capítulo. Por fim, o último capítulo é dedicado às conclusões.

## 2 GASTO EM EDUCAÇÃO E O DIFERENCIAL DE SALÁRIOS POR QUALIFICAÇÃO

### 2.1 LITERATURA SOBRE EDUCAÇÃO E O DIFERENCIAL DE SALÁRIOS

O investimento em educação é essencial para que uma população se desenvolva e crie mecanismos para geração de renda. Esse investimento ganha cada vez mais importância na explicação do diferencial de salários. Vários estudos apresentam modelos que explicam a relação entre o nível educacional e os diferenciais de salários.

Por exemplo, Mincer (1958) analisa o impacto da educação sobre a remuneração dos trabalhadores. Estima-se uma equação em que a variável dependente, o logaritmo do salário, é regredida nos anos de escolaridade da pessoa e outras variáveis de controle. Nessa equação o coeficiente da educação é aproximadamente o prêmio de salário. Acemoglu (2002), utiliza uma regressão Minceriana para analisar o efeito de uma mudança tecnológica na desigualdade salarial. Já Barbosa e Pessoa (2008) utilizam a equação de Mincer para calcular a taxa interna de retorno da educação no Brasil que, conforme descrito em seu artigo, é extremamente elevada e a TIR da pré-escola é superior a 15% a.a.

Maldonado, Marques e Silva Filho (2012) utilizam um modelo de programação dinâmica para determinar o nível de educação ótimo que os pais escolhem para os seus descendentes. Os resultados mostram que trabalhadores que possuem nível de escolaridade mais baixo matriculam seus filhos em escolas públicas e confirmam a existência de persistência de renda intergerações. Já no caso dos trabalhadores com alto nível de renda, encontram a existência de vários estados estacionários.

Abington e Blankenau (2013) analisam as consequências de uma realocação de gastos públicos em educação nas séries iniciais e finais e mostram que diferentes níveis de gastos correspondem a diferentes níveis de renda.

Outros estudos analisam, além da desigualdade de renda, a persistência intergeracional. Langoni (1973) investigou a desigualdade de renda no Brasil e concluiu que um dos principais determinantes da desigualdade são as disparidades educacionais entre os trabalhadores.

Restuccia e Urrutia (2004) utilizam um modelo de transmissão intergeracional de capital humano para investigar as fontes de desigualdade e persistência na renda nos EUA. O objetivo desse artigo foi fornecer um modelo quantitativo de transmissão intergeracional de capital humano que tem como foco três fontes para a persistência de renda: habilidade inata,

investimento na educação das séries iniciais e investimento na educação superior. O modelo possui 4 períodos, nos quais os dois primeiros referem-se ao indivíduo como criança, ou seja, não toma decisões e recebe capital humano transferido pelos seus pais e durante os dois últimos períodos de vida o indivíduo é pai: toma decisão sobre investimento em educação para seus filhos. Nesse artigo, os autores assumem que a habilidade inata da criança é correlacionada positivamente com a habilidade inata dos seus pais. Os resultados mostram que cerca de metade da persistência intergeracional e  $\frac{1}{4}$  da desigualdade de renda são devidos ao investimento em educação. Os autores também encontram que os investimentos em educação nas séries iniciais geram maior persistência na renda, enquanto que o investimento na educação superior gera maior desigualdade de renda.

Behrman e Rosenzweig (2002) buscam obter estimativa dos efeitos intergeracionais gerados pelo aumento do nível geral de escolaridade das mulheres. O seu estudo mostra que aumentar o nível de escolaridade dos homens aumentaria o nível de escolaridade da próxima geração, enquanto que elevar o nível de escolaridade das mulheres não iria, e pode até mesmo reduzir o nível de escolaridade da próxima geração, pois o aumento do nível de escolaridade materna leva a redução do tempo de permanência das mães em casa.

Herrington (2013) investiga o sistema de financiamento da educação pública como uma possível explicação para as diferenças salariais e a mobilidade intergeracional. O objetivo desse estudo foi verificar se a diferença na tributação e nos gastos com educação podem gerar grandes diferenças na desigualdade de renda e persistência intergeracional. Ele investiga essa situação nos EUA e na Noruega e examina os gastos públicos em educação no ensino *primary* e *secondary* de cada país. O seu modelo possui 2 períodos de vida e cada período corresponde a 30 anos e considera o gosto pelo estudo, gasto compulsório e não compulsório em educação e o governo. A principal constatação é que os impostos e gastos em educação são responsáveis por cerca de 15% da diferença na desigualdade de renda e 10% na persistência intergeracional nos EUA e na Noruega.

Blankenau e Youderian (2015) constroem um modelo de ciclo de vida onde o capital humano é acumulado no início, meio e fim da infância e buscam mostrar que dependendo do estágio em que é investido, maior ou menor quantidade de recursos públicos em educação gera ou não persistência na renda. Assim os resultados revelam que se investir o dobro em educação na fase pré-primária (creche e pré-escola), nos EUA, em comparação com a Noruega e Dinamarca, elimina menos de 8,5% o gap na persistência da renda intergerações e um aumento dos gastos públicos em educação da última infância não tem efeito na

persistência intergeracional. E por último, o gasto em educação na primeira infância tem maiores efeitos se alocados nas famílias com menor renda.

## 2.2 MODELO TEÓRICO

O modelo é construído assumindo que a dinâmica para escolha do nível de qualificação vem da interação entre a oferta e a demanda por mão de obra, gerando uma distribuição de trabalhadores por nível de ensino. Assim, no longo prazo, dada uma distribuição de salários, o agente imprime aos seus filhos um determinado nível de ensino que, para a próxima geração, esses novos trabalhadores irão investir em educação dado o mesmo nível de remuneração, gerando no mercado a mesma distribuição de salários.

### 2.2.1. Demanda por mão de obra

Considere uma função de produção  $Q = f(K, L)$ , onde  $K$  é o capital e  $L$  a mão de obra efetiva a ser utilizada. Esta mão de obra efetiva é uma agregação CES das quantidades de mão de obra por nível de qualificação; conforme proposto por Acemoglu (2002):

$$L = A \left( \int_0^{\bar{e}} \alpha(e) L^\rho(e) de \right)^{1/\rho}$$

Onde  $L(e)$  é a densidade de trabalhadores com nível de qualificação (ou educação) “ $e$ ”,  $\rho \leq 1$  é o parâmetro que mede a elasticidade de substituição de mão de obra com diferentes níveis de escolaridade, “ $A$ ” representa os avanços tecnológicos que afetam a produtividade do trabalhador,  $\alpha(e)$  indica a intensidade ou peso de cada tipo de mão de obra na composição da mão de obra agregada e “ $\bar{e}$ ” é nível de escolaridade mais alto.

O problema de minimização de custos da firma (implícito no seu problema de maximização de lucro) é definido da seguinte forma:

$$\min_{L(e)} \int_0^{\bar{e}} W(e) L(e) de$$

$$\text{s.a.} \quad A \left( \int_0^{\bar{e}} \alpha(e) L^\rho(e) de \right)^{1/\rho} = L \Leftrightarrow \int_0^{\bar{e}} \alpha(e) L^\rho(e) de = \left[ \left( \frac{1}{A} \right) L \right]^\rho$$

A condição de primeira ordem do problema de minimização apresentado acima implica na igualdade entre as taxas de substituição econômica e de substituição técnica entre o

nível de qualificação mais alto e um nível de qualificação qualquer. Especificamente, a condição de primeira ordem da minimização acima é:

$$W(e) = \lambda \rho \alpha(e) L^{\rho-1}(e) \quad \forall e \in [0, \bar{e}] \quad (1)$$

Dividindo (1) por  $W(\bar{e}) = \lambda \rho \alpha(\bar{e}) L^{\rho-1}(\bar{e})$  e supondo que  $\alpha(\bar{e}) = 1$ , temos a demanda por mão de obra no período  $t$ :

$$\frac{W_t(e)}{W_t(\bar{e})} = \alpha(e) \left( \frac{L_t(e)}{L_t(\bar{e})} \right)^{\rho-1} \quad (2)$$

Log-linearizando temos:  $\ln \left( \frac{W(e)}{W(\bar{e})} \right) = \ln \alpha(e) + (\rho - 1) \ln \left( \frac{L(e)}{L(\bar{e})} \right)$ , essa equação é usualmente chamada de *skill premium* e nos dá informação em relação ao diferencial de salários entre os trabalhadores não qualificados e os qualificados em função da utilização relativa de mão de obra.

### 2.2.2. Oferta por mão de obra

Dada uma trajetória de distribuições de salários  $W = (W_t)$ , onde  $W_t: [0, \bar{e}] \rightarrow \mathbb{R}$  e dada uma função de gastos com educação  $g: [0, \bar{e}] \rightarrow \mathbb{R}$  estritamente crescente, o problema do indivíduo com utilidade instantânea  $U: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$  (contínua e limitada), fator de desconto intertemporal  $\beta \in (0,1)$  e com nível de escolaridade  $e_0 \in [0, \bar{e}]$  é:

$$v(e_0; W) = \sup_{(e_t)_{t \geq 1}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t)$$

s.a.

$$c_t + g(e_{t+1}) = W_t(e_t); \quad \forall t \geq 0$$

Como o  $\beta$  é o fator de desconto das utilidades futuras, pode-se interpretar como o fator de altruísmo onde  $\beta$ 's maiores indicam indivíduos mais altruístas. Na seção 2.3 estimamos o fator de desconto ( $\beta$ ) utilizando como proxy para a função “g” os gastos públicos em educação. Como esses recursos públicos são oriundos de impostos cobrados da população, consideramos como função utilidade uma que represente as preferências da população naquelas que definem as políticas públicas do governo, como o setor educacional.

Seja  $\mathcal{F} = \{W = (W_t)_{t \geq 0}; W_t: [0, \bar{e}] \rightarrow \mathbb{R}, W_t \in C^1([0, \bar{e}])\}$ . Assim, o problema acima define a função valor  $v: [0, \bar{e}] \times \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$ . Se substituirmos a restrição na função objetivo, o problema do indivíduo pode ser reescrito:

$$v(e_0; W) = \sup_{(e_t)_{t \geq 1}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(W_t(e_t) - g(e_{t+1}))$$

Ou equivalentemente:

$$v(e_0; W) = \sup_{(e_t)_{t \geq 1}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t F(e_t, e_{t+1}, W_t) \quad (3)$$

Onde  $F(x, y, w) = U(W(x) - g(y))$ ,  $W \in C^1([0, \bar{e}])$ ,  $x \in [0, \bar{e}]$  e  $y \in [0, g^{-1}(W(x))]$ . Para a função  $v(\cdot; W)$  satisfazer a equação (3) é necessário e suficiente que cumpra as seguintes condições:

- (i) Para toda  $(e_t)_{t \geq 0}$  tal que  $e_{t+1} \leq g^{-1}(W_t(e_t))$ :
 
$$v(e_0, W) \geq \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t F(e_t, e_{t+1}, W_t);$$
- (ii) Para qualquer  $\epsilon > 0$  existe  $(\tilde{e}_t)_{t \geq 0}$  tal que  $\tilde{e}_{t+1} \leq g^{-1}(W_t(\tilde{e}_t))$  tal que:
 
$$v(e_0, W) - \epsilon < \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t F(\tilde{e}_t, \tilde{e}_{t+1}, W_t);$$

O problema (3) pode ser analisado utilizando as condições de primeira ordem (equações de Euler) ou utilizando o tratamento recursivo (equação de Bellman).

Utilizando as equações de Euler iremos substituir as restrições de equação (3) na função objetivo que resulta:

$$\max U(W_0(e_0) - g(e_1)) + \beta U(W_1(e_1) - g(e_2)) + \dots + \beta^t U(W_t(e_t) - g(e_{t+1})) + \dots$$

Derivando em relação a  $e_t$  para  $t \geq 1$ , resulta em<sup>2</sup>:

$$U'(W_{t-1}(e_{t-1}) - g(e_t)) g'(e_t) = \beta U'(W_t(e_t) - g(e_{t+1})) W_t'(e_t); \forall t \geq 1 \quad (4)$$

---

<sup>2</sup> Estamos supondo que na solução do problema,  $c_t > 0$  para todo  $t \geq 0$ . A condição de Inada (por exemplo) garante isto.

Agora provaremos que a função valor definida em (3) é a única função que cumpre a equação recursiva de Bellman, como enunciado na seguinte proposição.

**PROPOSIÇÃO 1:** A função valor  $v(e; W)$  definida em (3) é a única que cumpre:

$$v(e_0; W) = \sup_{e_1 \leq g^{-1}(W_0(e_0))} F(e_0, e_1, W_0) + \beta v(e_1; W^{(1)}) \quad (5)$$

Onde  $W^{(t)} = (W_t, W_{t+1}, \dots)$ ,  $\forall t \geq 0$ . Isto é, dada a distribuição de salários observada pelo pai e as distribuições previstas para seus descendentes, a máxima utilidade que ele atinge para a dinastia é igual ao valor máximo da utilidade do consumo dele mais o valor presente da utilidade máxima que o filho consegue para a dinastia observando a distribuição de salários (aquela que o pai tinha previsto).

**DEM.:** Primeiramente provaremos que a função valor cumpre a equação (5). Para isto, devemos provar:

(i') Para todo  $e_1 \leq g^{-1}(W_0(e_0))$ ,  $v(e_0; W) \geq F(e_0, e_1, W_0) + \beta v(e_1; W^{(1)})$ ;

(ii') Para qualquer  $\epsilon > 0$ , existe  $\tilde{e}_1 \leq g^{-1}(W_0(e_0))$  tal que  $v(e_0; W) - \epsilon < F(e_0, \tilde{e}_1, W_0) + \beta v(\tilde{e}_1; W^{(1)})$ .

Para provar (i'), tome um  $e_1 \leq g^{-1}(W_0(e_0))$  e qualquer  $\epsilon > 0$ . Pela condição (ii), para  $\epsilon > 0$ , pode-se encontrar uma trajetória factível  $(e_1, \tilde{e}_2, \tilde{e}_3, \dots)$  tal que:

$$v(e_1, W^{(1)}) - \epsilon < \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} F(\tilde{e}_t, \tilde{e}_{t+1}, W_t);$$

Multiplicando por  $\beta$  e somando  $F(e_0, e_1, W_0)$  em ambos os membros, teremos:

$$F(e_0, e_1, W_0) + \beta v(e_1, W^{(1)}) < \beta\epsilon + F(e_0, e_1, W_0) + \sum_{t=1}^{\infty} \beta^t F(\tilde{e}_t, \tilde{e}_{t+1}, W_t);$$

A soma dos dois últimos termos do segundo membro é menor ou igual a  $v(e_0; W)$  (pela condição (i)). Assim, resulta:

$$F(e_0, e_1, W_0) + \beta v(e_1, W^{(1)}) < \beta\epsilon + v(e_0; W)$$

Fazendo  $\epsilon \rightarrow 0$  resulta  $F(e_0, e_1, W_0) + \beta v(e_1, W^{(1)}) \leq v(e_0; W)$ ; portanto (i') está provado.

Para provar (ii'), tome um  $\epsilon > 0$  e pela condição (ii) existe uma trajetória factível  $(e_0, \tilde{e}_1, \tilde{e}_2, \tilde{e}_3, \dots)$  tal que:

$$v(e_0, W) - \epsilon < \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t F(\tilde{e}_t, \tilde{e}_{t+1}, W_t) = F(e_0, \tilde{e}_1, W_0) + \beta \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t F(\tilde{e}_{t+1}, \tilde{e}_{t+2}, W_{t+1})$$

O somatório do segundo membro é menor ou igual que  $v(\tilde{e}_1; W^{(1)})$  (pela condição (i)). Assim, a desigualdade acima resulta:

$$v(e_0, W) - \epsilon < F(e_0, \tilde{e}_1, W_0) + \beta v(\tilde{e}_1; W^{(1)}),$$

Portanto (ii') está provado.

Agora para provaremos a unicidade e dada a singularidade do modelo, definimos o conjunto  $S = \{f: [0, \bar{e}] \times \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}; f(\cdot, W) \text{ é } C^0 \forall W \in \mathcal{F}\}$ . Provaremos que o operador  $T: S \rightarrow S$ :

$$Tf(e_0; W) = \sup_{e_1 \leq g^{-1}(W_0(e_0))} F(e_0, e_1, W_0) + \beta f(e_1; W^{(1)})$$

Está bem definido e é uma  $\beta$  - contração. Como estamos trabalhando com funções contínuas e a restrição é um conjunto compacto, o "sup" vira "max". A boa definição resulta do teorema do Máximo (a função objetivo é contínua e a restrição é uma correspondência contínua).

Para provar que é contração, dada  $W \in \mathcal{F}$ , definimos  $\|f\|_W = \sup_{e \in [0, \bar{e}]} |f(e, W)|$  que é uma norma no espaço das funções contínuas. Temos que:

$$f(e, W) \leq g(e, W) + \|f - g\|_W, \quad \forall e \in [0, \bar{e}]$$

Aplicando o operador  $T$ :

$$Tf(e, W) \leq Tg(e, W) + \beta \|f - g\|_W, \quad \forall e \in [0, \bar{e}]$$

Intercambiando os lugares de  $f$  e  $g$  resulta  $\|Tf - Tg\|_W \leq \beta \|f - g\|_W$ , portanto uma contração com um único ponto fixo. Desta forma, conclui-se a demonstração da proposição 1.

Se na maximização em (5) tivermos solução única, fica definida a função política ótima:

$$\phi(e_0; W) = \operatorname{argmax}_{0 \leq g(e_1) \leq W_0(e_0)} U(W_0(e_0) - g(e_1)) + \beta v(e_1; W^{(1)})$$

Dada a distribuição de mão de obra  $L_t$  e a função política ótima  $\phi$ , a nova distribuição de mão de obra por qualificação é:

$$L_{t+1}(e) = \sum_{\phi(e'; W^{(t)})=e} L_t(e') \quad (6)$$

**Definição:** Uma trajetória de salários e distribuições de mão de obra  $(W_t, L_t)_{t \geq 0}$  é equilíbrio se (2) e (6) são satisfeitos.

**PROPOSIÇÃO 2:** Se  $W \in \mathcal{F}$  é trajetória de salários de equilíbrio tal que  $\phi(e; W^{(t)}) = e$ ,  $\forall t \geq 0$  e  $e \in [0, \bar{e}]$ , então para todo  $t \geq 0$ :

$$W_t(e) = W_0(0) + \beta^{-1}(g(e) - g(0))$$

ou seja, supondo que o pai impõe o mesmo nível de escolaridade que possui ao seu filho, a distribuição de salários será estacionária.

**DEM:** Como  $\phi(e; W^{(t)}) = e$ ,  $\forall t \geq 0$  e  $e \in [0, \bar{e}]$ , a equação (6) resulta  $L_{t+1}(e) = \sum_{e'=e} L_t(e') = L_t(e)$ . Portanto, na equação (2):

$$\frac{W_{t+1}(e)}{W_{t+1}(\bar{e})} = \alpha(e) \left( \frac{L_{t+1}(e)}{L_{t+1}(\bar{e})} \right)^{\rho-1} = \alpha(e) \left( \frac{L_t(e)}{L_t(\bar{e})} \right)^{\rho-1} = \frac{W_t(e)}{W_t(\bar{e})}$$

Portanto:

$$W_t(e) = \left( \frac{W_t(\bar{e})}{W_0(\bar{e})} \right) W_0(e) = W_0(e)$$

Pois consideramos  $W_t(\bar{e}) = 1, \forall t$ . Assim, substituindo isto na equação (4) e usando a função política:

$$\begin{aligned} U'(W_0(e) - g(\phi(e; W))) g'(\phi(e; W)) \\ = \beta U'(W_0(\phi(e; W)) - g(\phi(\phi(e; W); W^{(1)}))) W_0'(\phi(e; W)); \end{aligned}$$

Como  $\phi(e; W^{(t)}) = e$ ,  $\forall t \geq 0$  a equação anterior resulta:

$$\begin{aligned} U'(W_0(e) - g(e)) g'(e) = \beta U'(W_0(e) - g(e)) W_0'(e) \Rightarrow g'(e) = \beta W_0'(e) \\ \Rightarrow W_0(e) = W_0(0) + \beta^{-1}(g(e) - g(0)) \end{aligned}$$

**PROPOSIÇÃO 3:** Se  $W_t(e) = W_0(0) + \beta^{-1}(g(e) - g(0)), \forall t \geq 0$  então a função política ótima cumpre  $\phi(e; W^{(t)}) = e, \forall t \geq 0$  e  $e \in [0, \bar{e}]$ , ou seja, dado que a distribuição de salários é estacionária, o pai impõe o mesmo nível de escolaridade que possui ao seu filho.

**DEM.:** O primeiro passo é encontramos a Euler:

$$\dots + \beta^{t-1}U(W(e_{t-1}) - g(e_t)) + \beta^t U(W(e_t) - g(e_{t+1})) + \dots$$

CPO:

$$\begin{aligned} \beta^{t-1}U'(W(e_{t-1}) - g(e_t))(-g'(e_t)) + \beta^t U'(W(e_t) - g(e_{t+1}))W'(e_t) &= 0 \\ \beta U'(W(e_t) - g(e_{t+1}))W'(e_t) &= U'(W(e_{t-1}) - g(e_t))g'(e_t) \end{aligned}$$

Substituímos  $W'(e_t)$  por  $\beta^{-1}g'(e_t)$  uma vez que a derivada da hipótese é  $W'(e_t) = \beta^{-1}g'(e_t)$ .

$$\begin{aligned} \beta^t U'(W(e_t) - g(e_{t+1}))\beta^{-1}g'(e_t) &= U'(W(e_{t-1}) - g(e_t))g'(e_t) \\ W(e_t) - g(e_{t+1}) &= W(e_{t-1}) - g(e_t) \\ W(\phi(e)) - g(\phi(\phi(e))) &= W(e) - g(\phi(e)) \end{aligned} \quad (7)$$

Como  $W(\phi(e)) = W(e) = W(0) + \beta^{-1}(g(e) - g(0))$  podemos substituir na equação (7).

$$\begin{aligned} W(0) + \beta^{-1}(g(\phi(e)) - g(0)) - g(\phi(\phi(e))) \\ = W(0) + \beta^{-1}(g(\phi(e)) - g(0)) - g(\phi(e)) \\ g(\phi(e)^{(2)}) - (1 + \beta^{-1})g(\phi(e)) + \beta^{-1}g(e) &= 0 \\ g(\phi(e)^{(t+1)}) - (1 + \beta^{-1})g(\phi(e)^{(t)}) + \beta^{-1}g(\phi(e)^{(t-1)}) &= 0 \end{aligned}$$

Seja  $x_t = g(\phi(e)^{(t)})$

$$\begin{aligned} x_{t+1} - (1 + \beta^{-1})x_t + \beta^{-1}x_{t-1} &= 0 \rightarrow \text{polinômio característico} \\ r^2 - (1 + \beta^{-1})r + \beta^{-1} &= 0 \end{aligned}$$

A solução será  $r_1$  e  $r_2$ , tal que:  $x_t = Ar_1^t + Br_2^t$

Resolvendo temos:

$$r = \frac{1 + \beta^{-1} \pm \sqrt{(1 + \beta^{-1})^2 - 4\beta^{-1}}}{2}$$

$$r = \frac{1 + \beta^{-1} \pm \sqrt{1 + 2\beta^{-1} + \beta^{-2} - 4\beta^{-1}}}{2}$$

$$r = \frac{1 + \beta^{-1} \pm \sqrt{(\beta^{-1} - 1)^2}}{2}$$

$$r = \frac{1 + \beta^{-1} \pm (\beta^{-1} - 1)}{2}$$

$$r_1 = \beta^{-1} \quad r_2 = 1$$

Assim temos que,  $x_t = A\beta^{-t} + B$

Se  $t \rightarrow \infty$ , o  $x_t \rightarrow \infty$ , mas os gastos não aumentam infinitamente e por isso a única solução é quando  $A = 0$  e portanto  $x_t = B$  é constante, ou seja,  $x_0 = x_1 = x_2 = \dots$

Então temos que:  $g(e) = g(\phi(e))$  e  $\phi(e) = e$ .

## 2.3. DIFERENCIAIS SALARIAIS: UNIÃO EUROPEIA

### 2.3.1. Dados

A base de dados é formada por 24 dos 28 países integrantes da União Europeia (UE) e compreende o período 2005 – 2011. Os dados foram obtidos a partir do endereço eletrônico de Estatísticas da União Europeia (Eurostat<sup>3</sup>). As variáveis utilizadas foram: 1) “Difsalários”, que refere-se a diferença entre o rendimento médio anual do trabalhador com nível de escolaridade “e” e o trabalhador com nível de escolaridade mais baixo (que nesse caso é o ensino fundamental); e 2) “Difgastos”, que é a diferença entre o gasto público anual por aluno no nível educacional “e” e o nível educacional mais baixo (que também será o ensino fundamental). Ambos a preços constantes – € de 2011.

### 2.3.2. Testes de Raiz Unitária

Para aplicação empírica, verificou-se através dos testes LL (Levin e Lin, 1992) e IPS (Im, Persaran e Smith, 1997) a hipótese de estacionariedade das séries em painel. A hipótese nula do teste LL é de que cada série do painel seja integrada de ordem um, contra a hipótese alternativa em que todas as séries sejam estacionárias. Já no teste IPS, a hipótese nula é de que

---

<sup>3</sup> <http://ec.europa.eu/eurostat/>

todas as séries são não estacionárias contra a hipótese alternativa de que pelo menos uma série é estacionária.

O teste de IPS tem a vantagem de permitir a heterogeneidade do parâmetro auto-regressivo, porém, as equações são estimadas individualmente. Por outro lado, o teste LL considera que o parâmetro auto-regressivo é homogêneo também sob a hipótese alternativa, e desta forma, o teste é baseado em regressões com dados empilhados (pooled), o que aumenta os graus de liberdade do teste.

A Tabela 1 apresenta os resultados dos dois testes de raiz unitária, comentados acima. De acordo com os resultados, para o teste LL as séries são todas estacionárias ao nível de significância de 1% e pelo teste IPS as séries são estacionárias ao nível de significância de 10%, portanto não apresentando raiz unitária.

Tabela 1 – Testes de Raiz Unitária

Variável	Teste	Estat. t	Valor t	Valor P
Difsalários	LL	t-star:	-10,3332	0,0000
Difgastos	LL	t-star:	-4,4336	0,0000
Difsalários	IPS	W(t-bar):	-1,6200	0,0526
Difgastos	IPS	W(t-bar):	-1,6083	0,0539

Fonte: saída Stata 12. Elaboração: própria do autor

### 2.3.3. Estimação

O modelo a ser estimado é a relação estacionária entre o diferencial de salários e o diferencial de gastos em educação, ou seja:

$$W_t(e) - W_t(0) = \beta^{-1}(g_t(e) - g_t(0))$$

Onde o  $g_t(e) - g_t(0)$  é o diferencial de gastos para atingir o nível de educação  $e \in [0, \bar{e}]$  no período  $t$ ,  $W_t(e) - W_t(0)$  é o diferencial de salário do trabalhador com nível de escolaridade “e” e do trabalhador com nível de escolaridade mais baixo no período  $t$ ,  $\beta = (1 + r)^{-1}$  é o fator de desconto intertemporal e  $r > 0$  é a taxa de retorno sobre o investimento em educação.  $\beta \in (0,1)$  também pode ser interpretado como fator de altruísmo.

Para estimação de dados em painel podemos utilizar o efeito fixo, através dos Mínimos Quadrados com Variável Dummy (LSDV) ou de efeitos aleatórios, através dos Mínimos Quadrados Generalizados (GLS). Mas devido a eventuais problemas de endogeneidade utilizamos o Método de Momentos Generalizados (GMM).

Dizemos que um regressor é endógeno quando o mesmo não for ortogonal ao termo de erro. Nesse caso o método GMM permite a utilização de um conjunto de variáveis instrumentais que sejam ortogonais ao termo de erro. Dado o modelo:

$$y_{it} = \beta x_{it} + \varepsilon_{it}$$

Seja  $z_{it}$  um vetor de instrumentos de dimensão  $n \times L$ , onde  $E(x_{it}\varepsilon_{it}) \neq 0$  mas  $E(z_{it}\varepsilon_{it}) = 0$ , ou seja, o regressor é endógeno mas o conjunto de variáveis instrumentais são exógenos.

Os  $L$  instrumentos permitem um conjunto de  $L$  momentos:

$$g_{it}(\beta) = z_{it}\varepsilon_{it} = z_{it}(y_{it} - x_{it}\beta)$$

onde  $g_{it}$  é  $L \times 1$ . Se os  $L$  instrumentos são todos exógenos, ou seja,  $E(z_{it}\varepsilon_{it}) = 0$ , temos  $L$  momentos nulos:

$$E(g_{it}(\beta)) = 0$$

ou seja, os instrumentos são ortogonais ao termo de erro e que cada uma das  $L$  equações de momento correspondem a um momento amostral. Para um dado estimador  $\hat{\beta}$  podemos escrever estes  $L$  momentos amostrais como:

$$\bar{g}(\beta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_{it}(\hat{\beta})$$

Portanto teremos que escolher um estimador para o vetor de parâmetros  $\beta$  que torne  $\bar{g}(\beta)$  tão próximo de zero quanto possível. A Tabela 2 apresenta o resultado da estimação por GMM.

Tabela 2 – Resultado da estimação UE via GMM

	Coef.	Std. Err.	z	P >  z	[95% Conf. Interval]	
$\beta^{-1}$	1,339406	0,063947	209,45	0,000	1,326872	1,351939
Número de parâmetros	1					
Número de momentos	45					
Estatística J chi2(41)	46,0013	p-valor	0,2728			

Fonte: saída Stata 12. Elaboração: própria do autor

Instrumento utilizado: a variável Difgasto com 2 defasagens e Difsalário com 1 defasagem.

Após a estimação, foi realizado o teste T x J de Hansen (1982) também conhecido como teste J de sobreidentificação, utilizando os níveis de significância usuais. Esse teste é útil para testarmos a validade dos instrumentos utilizados, que em nosso estudo foram as variáveis Difgasto e Difsalário, ambas com defasagens. O teste aceitou a hipótese nula de que os instrumentos são válidos. Portanto, isso mostra que a escolha dos instrumentos foi acertada.

De acordo com a Tabela 2 a estimação do modelo via GMM obteve um coeficiente de 1,34, indicando que o retorno do investimento em educação, em termos de ganhos salariais, é de aproximadamente 34% do valor investido para todo o período (que em nosso estudo consideramos 25 anos). Transformando para taxa anual temos 1,18% a.a., valor inferior se comparado com os demais estudos encontrados na literatura nos quais a taxa de retorno da educação varia entre 5% – 28% a.a. (Tabela 3).

Tabela 3 – Taxa anual de Retorno da Educação

Estudos	Países	Período	Estimativa
Becker (1964)	EUA	1939 - 1949	13% - 28%
Mincer (1974)	EUA	1958	11,5%
Ashenfelter e Krueger (1994)	EUA	1991	12% - 16%
Psacharopoulos (1994)	Vários	1993	5% - 15%
Dearden (1998)	Grã-Bretanha	1991	5,5% - 9,3%
Ashenfelter et al. (1999)	Vários	1974-1995	6,6% - 9,3%
Arias e McMahon (2001)	EUA	1967-1995	11,7% - 13,3%
Wilson (2001)	EUA	1970-1980	5,0% - 10%

Fonte:diversos artigos. Elaboração: própria do autor

Alguns autores consideram períodos diferentes para a formação de um trabalhador. Por exemplo, Figueiredo (2010) considera o chefe de família, aqueles indivíduos com idade a partir de 25 anos, já Herrington (2013) considera um modelo com dois períodos (duas gerações) e cada geração possui 30 anos. Portanto, calculamos a taxa de retorno anual da educação em três cenários distintos (20, 25 e 30 anos para formar um trabalhador). Conforme descrito na Tabela 4, a taxa de retorno da educação pode variar de 0,98% a.a. – 1,47% a.a.

Tabela 4 – Taxa anual de retorno da educação

	20 anos	25 anos	30 anos
Países UE	1,47%	1,18%	0,98%

Elaboração: própria do autor

Vale ressaltar que, de forma geral, esses estudos estimam a taxa interna de retorno da educação – TIR – que é a taxa de desconto que iguala o valor presente dos custos de um ano a mais de educação com o valor presente dos benefícios desse ano a mais de estudo, ou utilizam a equação de Mincer que é uma regressão do logaritmo da renda do trabalho – variável endógena – em relação aos anos de escolaridade, experiência, e outros controles – variáveis exógenas. Já o nosso estudo considera o gasto adicional em educação, daqueles que possuem nível educacional mais baixo, para atingir um novo nível educacional, por exemplo, um trabalhador que possui ensino fundamental terá um gasto adicional para conseguir concluir o nível superior. Em contrapartida esse trabalhador terá um ganho adicional, em termos salariais, por ter atingido esse novo nível educacional.

Ao analisarmos o fator de desconto devemos levar em conta que o problema do indivíduo é medido em gerações e se considerarmos que para formar um novo trabalhador leva uma geração com duração de 25 anos, então o fator de desconto será  $\beta = (1/1,339406)^{1/25} = 0,988$ , que também pode ser interpretado como fator de altruísmo uma vez que incorporamos na função utilidade do agente a função utilidade dos seus descendentes (Blanchard e Fischer, 1989). Então, podemos concluir que os indivíduos residentes nos países integrantes da UE, são altruístas no momento de decidirem sobre investimento em educação de seus descendentes.

Agora estimamos a equação (2) para encontrar a elasticidade de substituição entre os trabalhadores  $\sigma = (1/(1 - \rho))$ . A elasticidade de substituição entre os trabalhadores tem um papel importante no impacto da demanda sobre o diferencial de salários, se a elasticidade entre o trabalhador qualificado e o não qualificado for baixa, a demanda relativa terá um grande impacto na determinação da razão de salários entre esses dois grupos de trabalhadores, agora se elasticidade de substituição entre eles for extremamente elevada, nesse caso, podemos pensar que os dois grupos sejam substitutos perfeitos e, portanto a demanda direcionada a qualquer um desses grupos de trabalhadores não alterarão em nada o diferencial de salários entre eles. O modelo a ser estimado será:

$$\ln(w_t(e)) = \ln \alpha(e) + (\rho - 1) \ln(l_t(e))$$

onde  $w_t(e)$  é o salário relativo entre o trabalhador não qualificado em relação ao trabalhador qualificado,  $l_t(e)$  é a demanda relativa por mão de obra do trabalhador não qualificado em

relação ao trabalhador qualificado e o parâmetro  $\alpha(e)$  é o peso relativo da mão de obra com qualificação  $e \in [0, \bar{e}]$  na composição de mão de obra total na economia.

Tabela 5 – Testes de Raiz Unitária

Variável	Teste	Estatística t	Valor t	Valor P
$w_t(e)$	LL	t-star:	-6,1792	0,0000
$l_t(e)$	LL	t-star:	-2,6104	0,0045
$w_t(e)$	IPS	W(t-bar):	-8,0957	0,0000
$l_t(e)$	IPS	W(t-bar):	-8,5303	0,0000

Fonte: saída Stata 12. Elaboração: própria do autor

Aplicamos os mesmos testes de raiz unitária (LL e IPS) já apresentados anteriormente e de acordo com os resultados da Tabela 5, temos que as séries são todas estacionárias, não apresentando, portanto, raiz unitária.

Da mesma forma, aplicamos o teste T x J para verificação da validade dos instrumentos. Nessa estimação utilizamos como instrumento a variável “demanda relativa por mão de obra do trabalhador não qualificado em relação ao trabalhador qualificado” ( $l_t(e)$ ) e o termo constante do modelo. O resultado do teste nos indicou que o instrumento é válido.

Tabela 6 – Estimação por GMM dos Países da UE

	Coef.	Std. Err.	Z	P >  z	[95% Conf. Interval]	
$\ln \alpha(e)$	-0,335551	0,0121325	27,66	0,000	0,3117718	0,3593303
$(\rho - 1)$	-0,050175	0,0121006	-4,15	0,000	-0,0738918	-0,0264582
Número de parâmetros	2					
Número de momentos	23					
Estatística J chi2(21)	20,1855	p-valor	0,5095			

Fonte: saída Stata 12. Elaboração: própria do autor

Instrumento utilizado foi a variável  $l_t(e)$  defasada e a constante.

Portanto, para os países integrantes da UE, os parâmetros do modelo são  $\rho = 1 - 0,050175$ , ou seja,  $\sigma = 1/0,050175 = 19,93$  e o alpha da União Europeia estão descritos na Tabela 6. Isso significa que a cada acréscimo de 1% no salário relativo do trabalhador não qualificado ocasiona uma queda de 19,93% na demanda por trabalhador não qualificado em relação ao trabalhador qualificado, mostrando que existe um alto grau de substituição entre trabalhadores qualificados e não qualificados.

Alguns estudos mostram valores abaixo do encontrado para a elasticidade de substituição (Tabela 7). A maioria desses estudos analisam dados dos Estados Unidos, mas outros, como no estudo de Psacharopoulos et al. (1972) examina a elasticidade de substituição entre trabalhadores qualificados e não qualificados em 12 países divididos por grau de desenvolvimento e obtém uma elasticidade essencialmente infinita (implicando em substituição perfeita) em países desenvolvidos e um valor muito menor em países poucos desenvolvidos. As evidências encontradas na literatura sugerem um valor para a elasticidade de substituição entre os trabalhadores qualificados e não qualificados no intervalo entre 1,0 – 2,0 (Freeman, 1986). Katz et al. (1998) sugerem um valor por volta de 1,5.

Tabela 7 – Elasticidade de Substituição entre os trabalhadores qualificados e não qualificados

Estudos	Países	Dados	$\sigma$
Welch (1970) <sup>a</sup>	USA	CS	1,4
Johnson (1970)	USA	CS	1,3
Dougherty (1972)	USA	CS	8,2
Psacharopoulos et al. (1972) <sup>b</sup>	Vários	CS	1000
Psacharopoulos et al. (1972) <sup>c</sup>	Vários	CS	2,1 - 2,5
Tinbergen (1974)	Vários	CS	0,6 - 1,2
Layard e Fallon (1986)	Vários	CS	0,6 - 3,5
Katz e Murphy (1992)	USA	TS	1,41
Bound e Johnson (1992)	USA	P	1,7
Schmitt (1995)	Reino Unido	TS	3,4
Kim e Topel (1995)	Coreia do Sul	TS	3,7 - 4,2
Edin e Holmlund (1995)	Suécia	TS	2,9
Draper e Manders (1996)	Holanda	P	1,53 - 3,01
Heckman et al. (1998)	USA	SM	1,44
Murphy et al. (1998)	Canadá	TS	1,37
Krussel et al. (2000)	USA	SM	1,67
Stegeman e Waaijers (2000)	Holanda	P	8

Fonte: Bas Jacobs<sup>4</sup>. Elaboração: própria do autor

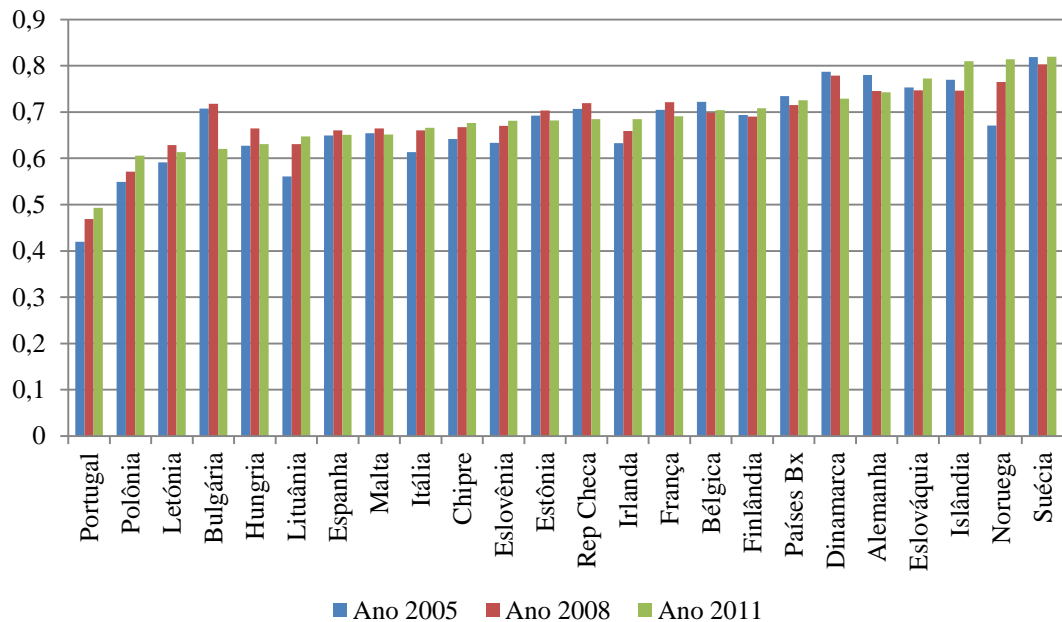
Nota: CS refere-se a dados *cross section*, TS para séries Temporais, P para dados em painel e SM para modelo estrutural. <sup>a</sup> somente setor agrícola, <sup>b</sup> somente países desenvolvidos e <sup>c</sup> somente países pouco desenvolvidos.

<sup>4</sup> Adaptação da tabela do artigo de Bas Jacobs – “The Lost Race between Scholing and Technology”. De *economist*, 152: 47 – 78 (2004).

O parâmetro  $\alpha$ , que é o peso relativo na composição de mão de obra, indica que na União Europeia, o trabalhador não qualificado possui um peso menor na composição da mão de obra agregada do que um trabalhador qualificado (0,71).

O Gráfico 5 apresenta o salário relativo entre os trabalhadores não qualificados e qualificados nos períodos de 2005, 2008 e 2011 dos países integrantes da UE. Verificamos, então, uma relativa estabilidade no salário relativo ao longo desses anos, reforçando os resultados, obtidos através da estimação, de que é pequeno o diferencial de salários entre esses dois grupos de trabalhadores.

Gráfico 5 – Salário relativo entre os trabalhadores não qualificados e qualificados na UE



Fonte: Eurostat. Elaboração: própria do autor

## 2.4. DIFERENCIAIS SALARIAIS: BRASIL

### 2.4.1. Base de dados

Nesta subsecção foram realizadas as estimativas tendo como base de dados as 27 Unidades da Federação (UF's), no período de 2007 – 2013. Os dados para Rendimento médio anual por nível de escolaridade foram obtidos a partir da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílio (PNAD) e do Censo (para o ano de 2010), já os dados sobre gasto público anual por aluno e por nível de escolaridade foram obtidos a partir da Finanças Brasil (FINBRA) e

do Sistema Integrado de Administração Financeira (SIAFI). Todos os dados foram reportados a preços constantes – R\$ de 2013.

#### 2.4.2. Testes de Raiz Unitária

Da mesma forma que aplicamos os testes de Raiz Unitária nos países integrantes da UE, realizamos para as UF's. A Tabela 8 apresenta o resultado dos dois testes de raiz unitária e de acordo com os resultados, temos que as séries são todas estacionárias, não apresentando, portanto, raiz unitária.

Tabela 8 – Testes de Raiz Unitária

Variável	Teste	Estatística t	Valor t	Valor P
Difsalários	LL	t-star:	-17,5045	0,0000
Difgastos	LL	t-star:	-19,2087	0,0000
Difsalários	IPS	W(t-bar):	-7,4118	0,0000
Difgastos	IPS	W(t-bar):	-4,9097	0,0000

Fonte: saída Stata 12. Elaboração: própria do autor

#### 2.4.3. Estimação

O modelo a ser estimado é o mesmo apresentado na subseção 2.3.3 e foi aplicado o mesmo método de estimação – GMM. Nessa estimação, também realizamos o teste J de sobreidentificação. As variáveis Difgasto e Difsalário, com defasagens, foram utilizadas como instrumentos. O teste aceitou a hipótese nula de que os instrumentos são válidos e mais uma vez a escolha dos instrumentos foi acertada.

Tabela 9 – Resultado da estimação UF's via GMM

	Coef.	Std. Err.	z	P >  z	[95% Conf. Interval]
$\beta^{-1}$	3,007503	0,0029079	1034,24	0,000	3,001804 3,013203
Número de parâmetros		1			
Número de momentos		45			
Estatística J chi2(41)		52,584	p-valor	0,1061	

Fonte: saída Stata 12. Elaboração: própria do autor

Instrumento utilizado: a variável Difgasto com 2 defasagens e Difsalário com 1 defasagem.

De acordo com a Tabela 9 a estimação do modelo via GMM obteve um coeficiente 3,007503, indicando que o retorno do investimento em educação, em termos

ganhos salariais, é de aproximadamente 200% do valor investido no período. Traduzindo para taxa anual temos um retorno de 4,50% a.a., valor muito superior ao encontrado na estimação dos países integrantes da UE, mas muito próximo do intervalo encontrado nos demais estudos (Tabela 3). Essa enorme diferença na taxa de retorno pode ser explicada pela grande dispersão salarial encontrada nas UF's, algo não encontrado nos países da UE. Considerando os três cenários para a formação de um trabalhador, temos que a taxa de retorno da educação no Brasil pode variar de 3,73% a.a. – 5,65% a.a. (Tabela 10).

Tabela 10 - Taxa anual de retorno da educação

	20 anos	25 anos	30 anos
<b>Brasil UF's</b>	<b>5,65%</b>	<b>4,50%</b>	<b>3,73%</b>

Elaboração: própria do autor

No gráfico 6, apresentamos a evolução do diferencial de gastos em educação, tanto do ensino médio (gráfico 2A) como do ensino superior (gráfico 2B) sobre os gastos com ensino fundamental nos anos de 2007, 2011 e 2013. Nesse gráfico podemos ver claramente uma grande dispersão entre as UF's, reforçando a ideia de desigualdade salarial, pois maiores diferenciais de gastos em educação correspondem a maiores desigualdades salariais e isto está refletido através da alta taxa de retorno sobre o investimento em educação encontrado na estimação das UF's.

Gráfico 6 – Diferencial de gastos em educação sobre os gastos com ensino fundamental

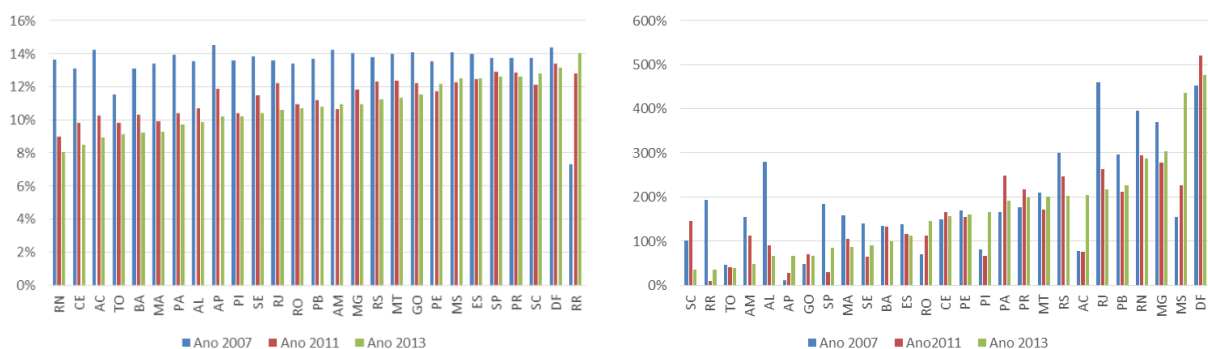


Gráfico 2A – Ensino Médio  
Fonte: FINBRA, SIAFI. Elaboração: própria do autor

Gráfico 2B – Ensino Superior  
Fonte: FINBRA, SIAFI. Elaboração: própria do autor

Já o fator de desconto será  $\beta = (1/3,007503)^{1/25} = 0,957$ , isso significa que os indivíduos residentes no Brasil, são menos altruístas do que os residentes nos países

integrantes da UE no momento de decidirem sobre investimento em educação de seus descendentes.

Estimamos, novamente, a equação (2) para encontrar a elasticidade de substituição entre os trabalhadores  $\sigma = 1/\rho - 1$  para o Brasil. Começamos por testar se as séries apresentam raiz unitária. Os resultados dos testes LL e IPS mostram que todas não possuem raiz unitária ao nível de significância de 5% (Tabela 11), ou seja, elas são estacionárias.

Tabela 11 – Testes de raiz unitária

Variável	Teste	Estatística t	Valor t	Valor P
$w_t(e)$	LL	t-star:	-9,8130	0,0000
$l_t(e)$	LL	t-star:	-3,8269	0,0001
$w_t(e)$	IPS	W(t-bar):	-3,7008	0,0001
$l_t(e)$	IPS	W(t-bar):	-1,7883	0,0369

Fonte: saída Stata 12. Elaboração: própria do autor

Na Tabela 12 temos o resultado da estimação via GMM das UF's do Brasil, sendo possível assim encontrar os parâmetros  $\alpha$  e  $\rho$ , e conseqüentemente a elasticidade de substituição entre os trabalhadores não qualificados e qualificados,  $\sigma$ . Os resultados mostram que a elasticidade de substituição, no Brasil, é de 8,27, ou seja, a cada acréscimo de 1% no salário relativo do trabalhador não qualificado ocasiona uma queda de 8,27% na demanda por trabalhador não qualificado em relação ao trabalhador qualificado, mostrando que existe um alto grau de substituição entre trabalhadores qualificados e não qualificados, mas bem inferior ao encontrado nos países integrantes da União Europeia.

Tabela 12 – Estimação por GMM dos UF's do Brasil

	Coef.	Std. Err.	Z	P >  z	[95% Conf. Interval]	
$\ln \alpha(e)$	-0,8978081	0,0963734	-9,32	0,000	-1,086697	-0,7089196
$(\rho - 1)$	-0,1208741	0,0477314	-2,53	0,011	-0,2144259	-0,0273223
Número de parâmetros	2					
Número de momentos	23					
Estatística J chi2(21)	18,4372	p-valor	0,1030			

Fonte: saída Stata 12. Elaboração: própria do autor

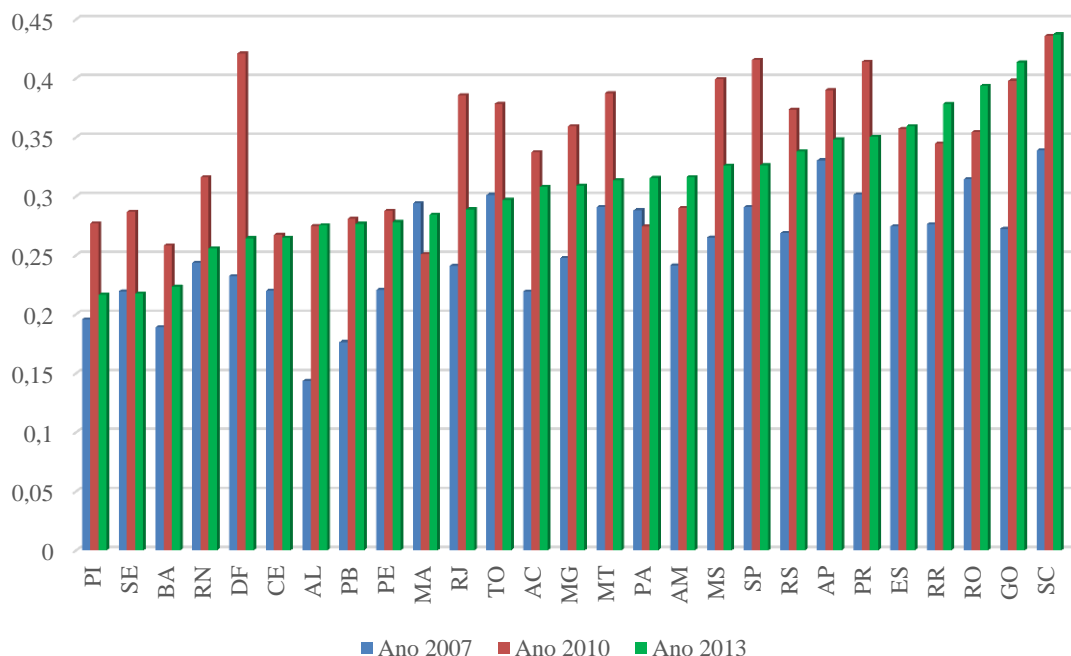
Instrumento utilizado foi a variável  $l_t(e)$  defasada e a constante.

Alguns estudos voltados para países da América Latina encontraram valores abaixo do nosso, por exemplo, no estudo realizado por Manacorda et. al (2010) a elasticidade de

substituição para alguns países da América Latina foi de 2,56 e Pecora e Menezes-Filho (2014) encontrou que a elasticidade de substituição entre os trabalhadores no Brasil era de 3,39.

Já o parâmetro  $\alpha$ , que é o peso relativo na composição de mão de obra, indica que no Brasil, o trabalhador não qualificado possui, também, um peso menor na composição da mão de obra agregada do que um trabalhador qualificado (0,40), mas quando comparamos com os países da UE, percebemos que os trabalhadores não qualificados, no Brasil, possuem um peso bem menor. Isto pode ser explicado pela diferença salarial entre os trabalhadores não qualificados e qualificados, que no caso brasileiro essa diferença salarial é bem maior do que nos países da União Europeia. Como pode ser visto no Gráfico 7, o Estado que possui a menor diferença salarial entre esses trabalhadores é Santa Catarina com salário relativo próximo a 0,45, já nos países da UE, com exceção de Portugal, todos os demais apresentam um salário relativo superior a 0,5 (Gráfico 5), evidenciando uma importância maior que as UF's dão ao trabalhador qualificado refletido em termos salariais.

Gráfico 7 – Salário relativo entre os trabalhadores não qualificados e qualificados no Brasil



## 2.5. SÍNTESE DO CAPÍTULO 2

O objetivo do estudo apresentado nesse capítulo foi o de entender o impacto do diferencial de salários sobre a demanda relativa por mão de obra entre os trabalhadores com diferentes níveis de qualificação dos países integrantes da União Europeia e das Unidades Federativas do Brasil. Foi utilizado dados da Eurostat para os anos de 2005 a 2011, no caso dos países integrantes do UE e os dados da PNAD, Censo, FINBRA e SIAFI para os anos de 2007 a 2013, no caso das UF's e trabalhamos com salários e gasto em educação referente a três grupos de qualificação: ensino fundamental, ensino médio e ensino superior. Outro exercício realizado foi o de estimar a elasticidade de substituição entre os trabalhadores qualificados e não qualificados, tanto para os países como para as UF's.

Nesse estudo, também demonstramos a relação estacionária entre os gastos em educação e a distribuição de salários. Para isso, utilizamos um modelo de horizonte infinito de oferta de mão de obra onde foi possível concluirmos o seguinte: primeiro, a função valor depende da trajetória (pré-determinada) de salários, e ela cumpre a equação de Bellman ajustada e segundo, derivamos as equações de Euler que caracteriza a trajetória ótima de mão de obra e finalmente com a equação de demanda por mão obra juntamente com a equação de Euler encontramos a relação entre gastos educacionais e distribuição de salários.

Esse modelo também permitiu estimarmos a elasticidade de substituição entre os trabalhadores qualificados e não qualificados. Essa estimativa foi da ordem de 19,93 para o conjunto de países da União Europeia e de 8,27 para o Brasil, indicando um alto grau de substituição entre esses dois tipos de trabalhadores, em ambas as bases de dados. Também encontramos estimativas significativas para os pesos relativos na composição de mão de obra em todas as regiões analisadas. Os pesos relativos foram inferiores a 1, indicando que o trabalhador não qualificado possui um peso menor do que o trabalhador qualificado na composição da mão de obra agregada. Mas no caso das UF's o trabalhador possui um peso ainda menor indicando que o trabalhador qualificado possui mais importância no mercado brasileiro do que no mercado europeu e essa importância é refletida no diferencial de salário entre esses dois tipos de trabalhadores.

Quando analisamos o efeito do diferencial de salários sobre os gastos em educação, os resultados também foram estatisticamente significativos e sugerem que os indivíduos residentes nos países integrantes da UE são altruístas no momento de decidirem sobre o investimento em educação de seus descendentes com fator de desconto acima de 0,98. Já os indivíduos residentes no Brasil são menos altruístas, se comparados com os indivíduos

residentes nos países integrantes da UE, com um fator de desconto próximo a 0,95. Através desse modelo calculamos a taxa de retorno da educação que para os países integrantes da União Europeia foi de 1,18% a.a. e para os Unidades Federativas do Brasil foi de 4,50% a.a.

### **3 ESTIMAÇÃO DA ELASTICIDADE DE SUBSTITUIÇÃO ENTRE O CONSUMO E ADIMPLÊNCIA**

#### **3.1 LITERATURA SOBRE CONSUMO E INADIMPLÊNCIA**

Vários estudos, partindo da premissa do agente representativo, buscaram analisar o comportamento desse agente e suas decisões ótimas de consumo e investimento. Por exemplo, Epstein e Zin (1989) desenvolvem uma classe de preferências recursivas sobre o consumo intertemporal. Uma característica importante dessas preferências é que permite a separação das atitudes de risco e o grau de substituição intertemporal. Eles usam a recursividade da função utilidade intertemporal e a existência de uma função de política ótima para os problemas de otimização.

Sundaresan (1989) constrói um modelo de utilidade do consumidor no qual depende do consumo histórico. Ele apresenta um modelo de equilíbrio parcial semelhante ao Merton (1969,1971) e estende os resultados de Merton sobre o consumo ideal e as regras de portfólio. O artigo fornece exemplos de modelos de equilíbrio em que, quando o consumo é determinado endogenamente a variabilidade relativa do consumo é mais baixa e conclui mostrando que o modelo de equilíbrio geral com função utilidade não separável é capaz de gerar maior rigidez no consumo do que os modelos de equilíbrio geral com função utilidade do tipo separável.

Cavalcanti (1993) examina três diferentes formulações da equação de Euler com objetivo de estimar o impacto da taxa de juros sobre o consumo no Brasil no período de 1980 – 1989. A primeira considera uma equação de Euler sem restrições, a segunda considera que uma fração dos consumidores possuem restrições ao crédito e o terceiro onde os consumidores são poupadores. O resultado sugere que o modelo com restrição ao crédito é o que melhor descreve o comportamento do consumidor no Brasil na década de 80 e um aumento da taxa de juros no Brasil durante este período gerava tanto um efeito renda quanto um efeito substituição.

Gomes (2010) analisa a evolução do consumo no Brasil partindo de três teorias sobre a decisão de consumo. A primeira supõe que os consumidores otimizam seu bem-estar intertemporalmente, na qual a taxa de crescimento do consumo é uma função da taxa de juros. A segunda supõe que os consumidores são míopes e, por isso, consomem a sua renda corrente e a terceira, e última, supõe que os indivíduos possuem restrição ao crédito, mas não há restrições a poupar e por isso, o consumo reage de forma assimétrica à renda, sendo afetado

mais fortemente quando há aumentos na renda do que quando há reduções. Os resultados sugerem que os juros não são significativos e, portanto, rejeita-se à hipótese de comportamento otimizador e os resultados não são capazes de confirmar a hipótese de miopia nem tão pouco a de restrição ao crédito.

Já Issler e Piqueira (2000), utilizam três funções de utilidade distintas, uma com aversão ao risco constante, outra com hábitos externos e a última é uma utilidade do tipo Kreps-Porteus. Nesse estudo, eles estimam as três utilidades para o caso brasileiro e comparam os resultados obtidos com os dados dos EUA e utilizam os resultados para mostrarem que não há evidência de *equity premium puzzle* no Brasil.

Dubey, Geanakoplos e Shubik (2005), estendem o modelo de equilíbrio geral em mercados incompletos permitindo a possibilidade de inadimplência. Eles consideram um modelo de dois períodos com penalidade definida de forma exógena e a qual é linear e crescente conforme o tamanho da inadimplência.

Também é possível verificar o fenômeno da inadimplência em mercados completos, como no estudo de Mateos-Planas e Seccia (2011) que também considera um modelo de dois períodos similar ao de Dubey et alii (2005) mas o conjunto de ativos negociáveis corresponde a uma única especificação, ou seja, existe apenas um único preço para o conjunto de ativos que formam o fundo (*pool*) em vez de um menu de preços e a punição pela inadimplência é finita e uniforme.

Os referidos estudos podem ser problematizados considerando a função de utilidade do consumidor e suas diversas derivações, buscando encontrar respostas para o seu comportamento.

### 3.2 MODELO TEÓRICO

O modelo adotado é similar ao de Abel (1990), um modelo dinâmico com hábitos no consumo. O modelo possui um único tipo de bem e horizonte de tempo infinito. Nele o agente representativo, em cada período  $t$ , tem uma dotação inicial exógena  $y_t$ , traz um estoque de dívidas denotado por  $M_{t-1} > 0$  sobre o qual é cobrado uma taxa de juros  $r_{t-1}$  e decide o valor de 3 (três) variáveis: consumo ( $c_t$ ), o pagamento total ou parcial da dívida ( $D_t$ ) e a contratação de novos empréstimos ( $M_t$ ), com intuito de satisfazer:

$$p_t c_t + D_t = p_t y_t + M_t \quad (1)$$

onde:  $0 \leq D_t \leq (1 + r_{t-1})M_{t-1}$  e  $p_t$  é o preço unitário do bem em  $t$ . (2)

Definimos a taxa de inadimplência como:

$$\delta_t = 1 - \frac{D_t}{(1+r_{t-1})M_{t-1}} \quad (3)$$

Assim a taxa de pagamento será:  $(1 - \delta_t)$

Se o tomador não pagar a dívida total (ou seja  $\delta_t = 1$ ) deve provocar uma penalidade que pode ser vista como processos judiciais de cobrança ou ainda a restrição ao crédito, situações que o indivíduo não está disposto a aceitar. De fato, quanto maior for o valor de  $\delta_t$ , menor será a utilidade do indivíduo. Por razão, temos que considerar a utilidade  $U(c_t, \delta_t)$  como crescente em  $c_t$  e decrescente em  $\delta_t$ . Da seguinte forma:

$$U(\bar{c}_{t-1}, c_t, \delta_t) = \left[ \alpha \left( \frac{c_t}{\bar{c}_{t-1}} \right)^\rho + (1 - \alpha)(1 - \delta_t)^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}} \quad (4)$$

Onde  $\bar{c}_{t-1}$  é o consumo médio do período anterior (inclusão de hábitos externos no consumo). A inclusão de hábitos no consumo é usual na literatura; para especificações alternativas temos, por exemplo, Abel (1990) e Constantinides (1990), e permite tornar comparáveis as magnitudes  $c_t/\bar{c}_{t-1}$  e  $(1 - \delta_t)$ . Além disso, por ambas serem estacionárias (taxa de crescimento do consumo e taxa de pagamento) estaremos tratando com séries de valores para as utilidades estacionárias. A penalidade inserida de maneira linear na função utilidade já foi aplicada em diversos estudos como, por exemplo, no trabalho de Dubey, Geanakoplos e Shuik (2005).

Sendo  $\rho < 1$  o coeficiente que determina a elasticidade substituição entre a taxa de pagamento e o consumo que é dada por:

$$\sigma = - \frac{\partial \ln \left( \frac{1 - \delta_t}{c_t} \right)}{\partial \ln \left( \frac{(1 + r_{t-1})M_{t-1}}{p_t} \right)} = \frac{1}{1 - \rho}$$

Esta elasticidade mede a variação percentual da relação entre o consumo e a taxa de pagamento, quando a taxa substituição econômica entre eles varia em 1%, ou seja, quanto mais próxima de 0 a elasticidade de substituição, menor será a capacidade de substituir o consumo pela taxa de pagamento e vice-versa. Se  $\rho \rightarrow 0$ , a elasticidade de substituição tende para um, a função será uma Cobb-Douglas. Por outro lado, se  $\rho \rightarrow 1$ , a elasticidade de substituição tende para o infinito e a função CES converge para uma função linear.

Podemos escrever o problema em termos de  $\delta_t$  ao invés de  $D_t$ , para isso isolamos  $D_t$  na equação (3) e substituímos na equação (1):

$$p_t c_t + (1 - \delta_t)(1 + r_{t-1})M_{t-1} = p_t y_t + M_t \quad (5)$$

Finalmente, o problema do tomador será:

$$\max_{c_t, \delta_t, M_t} E_0 \left[ \sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t U(\bar{c}_{t-1}, c_t, \delta_t) \right]$$

$$\text{Sujeito a: } p_t c_t + (1 - \delta_t)(1 + r_{t-1})M_{t-1} = p_t y_t + M_t$$

$$M_{-1} \geq 0 \text{ dado}$$

Como descrito formalmente, dado  $M_{t-1}$ , o tomador decide  $\delta_t$  e  $M_t$  e, portanto  $c_t$  é definido pela equação (5). A função objetivo do indivíduo pode ser escrita da seguinte forma:

$$\dots \beta^t U(c_t, \delta_t) + E_t[\beta^{t+1} U(c_{t+1}, \delta_{t+1})] + \dots$$

Onde:

$$c_t = y_t + \frac{M_t}{p_t} - \frac{(1-\delta_t)(1+r_{t-1})M_{t-1}}{p_t} \quad (6)$$

Assim temos o consumo em termos das variáveis de decisão  $M_t$  e  $\delta_t$ .

Partimos agora para encontrar as condições de primeira ordem, do modelo, com respeito as variáveis de decisão.

a) Derivada com respeito a  $M_t$ :

$$\beta^t U_c(c_t, \delta_t) \frac{\partial c_t}{\partial M_t} + \beta^{t+1} U_c(c_{t+1}, \delta_{t+1}) \frac{\partial c_{t+1}}{\partial M_t} = 0$$

$$1 = \frac{\beta^{t+1} U_c(c_{t+1}, \delta_{t+1})}{\beta^t U_c(c_t, \delta_t)} \left( \frac{p_t}{p_{t+1}} \right) (1 - \delta_{t+1})(1 + r_t)$$

Seja a taxa de inflação dada por:

$$\pi_{t+1} = \frac{p_{t+1} - p_t}{p_t} \Rightarrow 1 + \pi_{t+1} = \frac{p_{t+1}}{p_t} \Rightarrow \frac{p_t}{p_{t+1}} = \frac{1}{1 + \pi_{t+1}}$$

Substituindo a taxa de inflação na equação anterior, temos que:

$$1 = \beta \frac{U_c(c_{t+1}, \delta_{t+1})}{U_c(c_t, \delta_t)} (1 - \delta_{t+1})(1 + R_t)$$

onde  $R_t = \frac{1+r_t}{1+\pi_t} - 1$  é a taxa de juros real.

Para o caso estocástico:

$$1 = E_t \left[ \beta \frac{U_c(c_{t+1}, \delta_{t+1})}{U_c(c_t, \delta_t)} (1 - \delta_{t+1})(1 + R_t) \right] \quad (7)$$

b) Derivada com respeito à  $\delta_t$ :

$$\beta^t U_c(c_t, \delta_t) \frac{\partial c_t}{\partial \delta_t} + U_\delta(c_t, \delta_t) = 0$$

$$\frac{(1+r_{t-1})}{\frac{p_t}{p_{t-1}}} \frac{M_{t-1}}{p_{t-1}} = - \frac{U_\delta(c_t, \delta_t)}{U_c(c_t, \delta_t)} \quad (8)$$

Substituindo a inflação na equação (8), temos:

$$(1 + R_t) \frac{M_{t-1}}{p_{t-1}} = - \frac{U_\delta(c_t, \delta_t)}{U_c(c_t, \delta_t)}$$

$$y_{t-1}(1 + R_t) \frac{M_{t-1}}{y_{t-1} p_{t-1}} = - \frac{U_\delta(c_t, \delta_t)}{U_c(c_t, \delta_t)} \quad (9)$$

### Derivadas parciais da $U(c, \delta)$

Aplicando o logaritmo na equação (4):

$$\rho \ln U = \ln \left[ \alpha \left( \frac{c_t}{\bar{c}_{t-1}} \right)^\rho + (1 - \alpha)(1 - \delta)^\rho \right]$$

A derivada com respeito a  $c$ :

$$U_c = \alpha \frac{U^{1-\rho}}{\left( \frac{c_t}{\bar{c}_{t-1}} \right)^{1-\rho} \bar{c}_{t-1}}$$

E a derivada com respeito a  $\delta$ :

$$U_\delta = -(1 - \alpha) \frac{U^{1-\rho}}{(1 - \delta)^{1-\rho}}$$

Agora vamos substituir as derivadas parciais na equação (7), temos:

$$1 = E_t \left[ \beta(1 - \delta_{t+1})(1 + R_{t+1}) \left( \frac{U_{t+1}}{U_t} \right)^{1-\rho} \left( \frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{\rho-1} \left( \frac{c_t}{c_{t-1}} \right)^{-\rho} \right]$$

$$\text{Seja } x_{t+1} = \frac{c_{t+1}}{c_t}$$

$$E_t \left[ \beta(1 - \delta_{t+1})(1 + R_{t+1}) \left( \frac{[\alpha x_{t+1}^\rho + (1-\alpha)(1-\delta_{t+1})^\rho]^{1/\rho}}{[\alpha x_t^\rho + (1-\alpha)(1-\delta_t)^\rho]^{1/\rho}} \right)^{1-\rho} (x_{t+1})^{\rho-1} (x_t)^{-\rho} - 1 \right] = 0$$

$$E_t \left[ \beta(1 - \delta_{t+1})(1 + R_{t+1}) \left( \frac{\alpha x_{t+1}^\rho + (1-\alpha)(1-\delta_{t+1})^\rho}{\alpha x_t^\rho + (1-\alpha)(1-\delta_t)^\rho} \right)^{1/\rho-1} (x_{t+1})^{\rho-1} (x_t)^{-\rho} - 1 \right] = 0 \quad (10)$$

E na equação (9), temos:

$$y_{t-1}(1 + R_t) \frac{M_{t-1}}{y_{t-1}p_{t-1}} = \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} (1 - \delta_t)^{\rho-1} c_t^{1-\rho} c_{t-1}^\rho$$

$$y_{t-1}(1 + R_t) \frac{M_{t-1}}{y_{t-1}p_{t-1}} = \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} \left[ \frac{(1 - \delta_t)c_{t-1}}{c_t} \right]^\rho \frac{c_t}{(1 - \delta_t)}$$

$$\frac{y_{t-1}}{c_t} (1 + R_t)(1 - \delta_t) \frac{M_{t-1}}{y_{t-1}p_{t-1}} = \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \left[ \frac{(1-\delta_t)}{x_t} \right]^\rho \quad (11)$$

### 3.3. ESTÁTICA COMPARATIVA

Para verificarmos os impactos da Política Monetária sobre o mercado de crédito brasileiro, analisamos as variáveis em seu estado estacionário através da estática comparativa. Assim definimos que as variáveis: endividamento real ( $M_t/p_t$ ) é estacionário ( $m$ ), inadimplência ( $\delta_t$ ) é estacionária ( $\delta$ ), a taxa de juros real ( $R_t$ ) é estacionária ( $R$ ) e o consumo ( $c_t$ ) também é estacionário ( $c$ ).

Substituímos as variáveis estacionárias na equação Euler (11), para encontrarmos a taxa de inadimplência ( $\delta$ ), onde o  $\delta = \delta_{(R)}$  e portanto temos que:

$$\beta(1 - \delta)(1 + R) - 1 = 0 \implies \delta_{(R)} = 1 - \frac{1}{\beta(1+R)}$$

ou seja, a taxa de inadimplência de longo prazo é crescente na taxa de juros real.

Da mesma forma vamos substituir as variáveis estacionárias na restrição orçamentária (6) para encontrarmos o consumo ( $c$ ), onde  $c = c_{(R)}$ .

$$c_t = y_t + \frac{M_t}{p_t} - \frac{(1 - \delta_t)(1 + r_{t-1})M_{t-1}}{p_t}$$

$$c_t = y_t + \frac{M_t}{p_t} - \frac{(1 - \delta_t)(1 + r_{t-1})M_{t-1}}{p_t \frac{p_{t-1}}{p_{t-1}}}$$

$$c_{(R)} = y + m - (1 - \delta)(1 + R)m = y + [1 - (1 - \delta)(1 + R)]m_{(R)}$$

Agora substituímos as variáveis estacionárias na equação (11) para encontrarmos o endividamento real ( $m$ ), onde  $m = m_{(R)}$ .

$$y_{t-1}(1 + R_t) \frac{M_{t-1}}{y_{t-1}p_{t-1}} = \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} (1 - \delta_t)^{\rho-1} c_t^{1-\rho} c_{t-1}^\rho$$

$$m_{(R)} = \left[ \frac{1}{\varphi + (1 - \delta)(1 + R) - 1} \right] y$$

$$\text{Onde: } \varphi = \frac{1}{\frac{(1-\alpha)}{\alpha}(1-\delta)^{\rho-1}}$$

Portanto, encontramos a taxa de inadimplência ( $\delta_{(R)}$ ), o consumo ( $c_{(R)}$ ) e o endividamento real ( $m_{(R)}$ ), todas no estado estacionário em função da taxa de juros ( $R$ ). Agora para analisarmos o impacto que um choque na taxa de juros gera nas variáveis em estado estacionário devemos calcular as derivadas de cada variável com respeito a  $R$ .

a) Derivada de  $\delta$  com respeito a  $R$ :

$$\frac{\partial \delta}{\partial R} = \frac{1}{\beta(1 + R)^2}$$

b) Derivada de  $m$  com respeito a  $R$ :

$$\frac{\partial m}{\partial R} = - \left( \frac{(1 - \delta)}{[\varphi + (1 - \delta)(1 + R) - 1]^2} \right) y$$

c) Derivada de  $c$  com respeito a  $R$ :

$$\frac{\partial c}{\partial R} = -(1 - \delta)m_{(R)} + [1 - (1 - \delta)(1 + R)] \frac{\partial m}{\partial R}$$

$$\frac{\partial c}{\partial R} = -(1 - \delta)m_{(R)} + [1 - (1 - \delta)(1 + R)] \left( \frac{(1 - \delta)}{[\varphi + (1 - \delta)(1 + R) - 1]^2} \right) y$$

Como as variáveis, consumo e endividamento real são dados nominais e taxa de juros é fornecida em percentual, a melhor forma de captarmos a sensibilidade dessas variáveis às alterações na taxa de juros será através da Elasticidade de Substituição.

Assim temos que a Elasticidade de Substituição entre o endividamento real e a taxa de juros é definida como:

$$\xi_{m,R} = \frac{R}{m} x \frac{\partial m}{\partial R}$$

E a Elasticidade de Substituição entre o consumo e a taxa de juros é definida da seguinte forma:

$$\xi_{c,R} = \frac{R}{c} x \frac{\partial c}{\partial R}$$

### 3.4. RESULTADOS

#### 3.4.1. Dados

Para a realização da estimação econométrica foram utilizadas as seguintes variáveis: inadimplência, endividamento das famílias, comprometimento das famílias, taxa de juros real dos empréstimos, renda real efetiva per capita, consumo per capita e a taxa de crescimento do consumo. A escolha dessas variáveis baseou-se na definição do modelo teórico apresentado anteriormente.

A base de dados foi obtida através do Ipeadata e do Sistema Gerenciador de Séries Temporais (SGS) do BACEN, com exceção da série consumo que foi construída, conforme descrito abaixo.

A partir das restrições do modelo em  $t$ , provenientes das equações de 1 a 3, chega-se à definição de  $c_t$ :

$$p_t c_t + D_t = p_t y_t + M_t$$

$$0 \leq D_t \leq (1 + r_{t-1})M_t$$

$$D_t = (1 - \delta_t)(1 + r_{t-1})M_{t-1}$$

Ou seja:

$$c_t = y_t \left[ 1 + \frac{M_t}{y_t p_t} - \frac{D_t}{y_t p_t} \right]$$

Onde  $D_t/y_t p_t$  é o comprometimento de renda das famílias com os créditos tomados em relação à renda, denominado por  $s_t$ , e  $M_t/y_t p_t$  é o endividamento das famílias com os créditos tomados em relação à renda acumulada dos últimos doze meses, denominado por  $d_t$ . Assim obtém-se a série de consumo do agente representativo:

$$c_t = y_t(1 + d_t - s_t)$$

Para corrigir os picos de consumo, a série renda real efetiva per capita,  $y_t$ , (utilizada na construção da série de consumo), foi dessazonalizada através do filtro X-12-ARIMA, método de dessazonalização de séries desenvolvido pelo U.S. Bureau of the Census (figura 1).

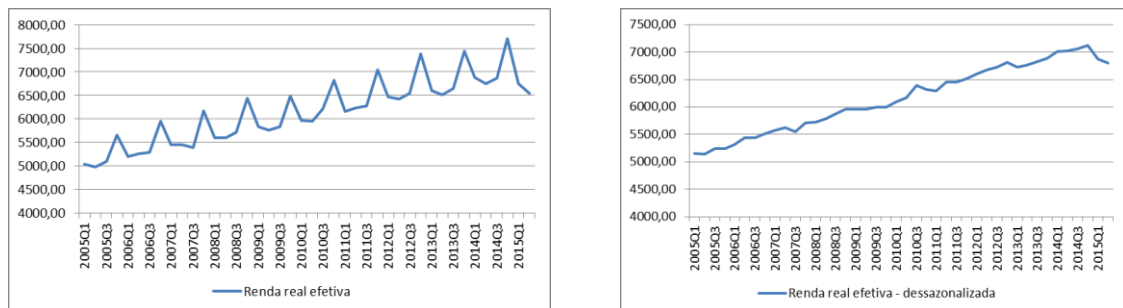


Figura 1 – Série renda real efetiva

As séries utilizadas no presente artigo referem-se a dados trimestrais do mercado de crédito brasileiro do segmento de pessoa física, desde o primeiro trimestre de 2005 até o segundo trimestre de 2015 (42 observações), período que contempla toda a série disponível para os dados a serem analisados.

### 3.4.2. Teste de Raiz Unitária

Ao utilizarmos dados de séries temporais, é importante que esta seja estacionária, caso contrário, pode-se obter resultados espúrios. Portanto, para aplicação empírica, verificou-se através dos testes modificados de Dickey-Fuller (MADFGLS) e de Phillips-Perron (MPPGLS), proposto por Elliot, Rotemberg e Stock (1996), e Ng e Perron (2001), a hipótese

de estacionariedade das séries. Esses testes superam os problemas de baixo poder estatístico e distorções de tamanho dos testes tradicionais.

A modificação desses testes envolve a utilização de mínimos quadrados generalizados para extrair a tendência dos dados e aplicar um critério de seleção de defasagens. Em nosso estudo aplicamos a fórmula  $\text{int} \left[ 12(T/100)^{1/4} \right]$  como critério de definição do máximo de defasagens a serem utilizadas, que no caso das nossas séries foi de 9 defasagens. Contudo, percebeu-se que apenas a série  $K_t$  é estacionária em nível, (Tabela 1).

Assim realizamos novamente o teste de raiz unitária para as séries em primeira diferença e verificamos que a série  $N_t$  tornou-se estacionária.

Tabela 1 – Teste de raiz unitária das séries temporais

Variável <sup>(1)</sup>		MADFGLS <sup>(2)</sup>		Lags	MPPGLS <sup>(2)</sup>	
		C	C,T		C	C,T
$K_t$	Nível	0,468	-0,940	3	0,137	-1,164
	1º Diferença	-7,870***	-9,368***	1	-2,912***	-2,832*
$N_t$	Nível	-4,742***	-6,156***	1	-2,989***	-1,164
	1º Diferença	0,491	-1,340	8	0,544	1,740

Fonte: saída Eviews 7

Elaboração: própria do autor

(1) Significância a 1%, 5% e 10% são representadas por \*\*\*, \*\* e \*, respectivamente.

(2) Em todos os testes foi utilizado o critério de Akaike Modificado.

Modelo testado com constante (C) e com constante e tendência (C,T).

### 3.4.3. Estimação

O método econométrico utilizado para estimar o parâmetro ( $\alpha$ ) e o coeficiente ( $\rho$ ) que determina a elasticidade de substituição entre o consumo e a taxa de pagamento é o modelo de regressão linear com restrição definido pela equação (11).

Tomando o logaritmo da equação (11), temos a seguinte equação com dados de séries temporais:

$$\ln \left[ \frac{y_{t-1}}{c_t} (1 + R_t)(1 - \delta_t) \frac{M_{t-1}}{y_{t-1} p_{t-1}} \right] = \ln \left[ \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \right] + \rho \ln \left[ \frac{(1-\delta_t)}{x_t} \right] \quad (12)$$

O modelo segue a seguinte estrutura:  $K_t = a_0 + \rho N_t + u_t$

A única restrição é que :  $\rho \leq 1$

Como a variável explicada é estacionária em primeira diferença e precisamos da constante para encontrar o parâmetro  $\alpha$ , então iremos estimar o modelo da seguinte forma:

$$\Delta K_t = a_0 + \rho N_t + u_t$$

Onde:

$$\Delta K_t = \ln \left[ \frac{y_{t-1}}{c_t} (1 + R_t)(1 - \delta_t) \frac{M_{t-1}}{y_{t-1} p_{t-1}} \right] - \ln \left[ \frac{y_{t-2}}{c_{t-1}} (1 + R_{t-1})(1 - \delta_{t-1}) \frac{M_{t-2}}{y_{t-2} p_{t-2}} \right]$$

e

$$N_t = \ln \left[ \frac{(1 - \delta_t)}{x_t} \right]$$

Como forma de evitar possíveis problemas de endogeneidade, o método de estimação utilizada será o Método de Momentos Generalizados (GMM), conforme formulação proposta por Hansen e Singleton (1982).

O método de estimação por GMM é definido da seguinte forma. Seja  $v_t$  um vetor de variáveis aleatórias que são observáveis na data  $t$ ,  $\theta$  um vetor de parâmetros desconhecidos e  $f(\cdot)$  uma função vetorial.  $\theta_0$  denota o verdadeiro parâmetro de  $\theta$ . Assim temos que:

$$E[f(v_t, \theta_0; c)] = E(z_t e_t(\theta)) = 0 \quad (13)$$

em que  $z_t \in \Omega_t$ , onde  $\Omega_t$  é o conjunto de informações disponíveis do agente representativo e  $e_t(\theta)$  é a equação de Euler associado ao modelo. O conjunto de instrumentos  $z_t$  é dado por:

$$z_t = [\varpi_{t-1}]'$$

onde  $\varpi_t$  é a variável composta da equação de Euler.

As  $r$  linhas da expressão (13) são descritas como condições de ortogonalidade. Seja  $g_T(\theta)$  a média amostral contendo todas as observações em uma amostra de tamanho  $T$  de maneira discreta, em que:

$$g_T(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T f(v_t, \theta)$$

A ideia do GMM é escolher o  $\theta$  que faça com que a distância entre o momento amostral  $g_T(\theta)$  e o momento populacional seja próximo de zero, i.e., o estimador  $\hat{\theta}_T$  GMM é o valor de  $\theta$  que minimiza:

$$Q_T(\theta) = g_T(\theta)' W_T g_T(\theta)$$

$$\hat{\theta}_T = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} Q_T(\theta)$$

em que  $g_T(\theta)'$  é matriz transposta de  $g_T(\theta)$  e  $W_T$  é a matriz de pesos simétrica, positiva definida.

Os resultados da tabela 2 mostram que, os coeficientes  $\rho$  e  $\ln[(1 - \alpha)/\alpha]$  são significativos ao nível de confiança de 1% e o erro padrão, dos coeficientes, são baixos indicando que se ajusta bem ao modelo.

Tabela 2 – Estimação por GMM

	Coef.	Std. Err.	Z	P >  z	[95% Conf. Interval]	
$\ln[(1 - \alpha)/\alpha]$	0,057519	0,0086351	6,66	0,000	0,0405945	0,0744434
$\rho$	0,751367	0,1359069	5,53	0,000	0,4849943	1,01774
Número de parâmetros	2					
Número de momentos	17					
Estatística J chi2(15)	21,7169	p-valor	0,1154			

Fonte: saída Stata 12. Elaboração: própria do autor

Instrumento utilizado: a variável K com 3 defasagens, a variável N com 3 defasagens, a variável log da taxa Selic real com 3 defasagens e a variável log da taxa de crescimento do consumo com 3 defasagens.e a constante.

Após a estimação, foi realizado o teste T x J de Hansen (1982) também conhecido como teste de sobreidentificação. Esse teste é útil para testarmos a validade dos instrumentos utilizados. O teste aceitou a hipótese nula de que os instrumentos são válidos. Portanto, isso mostra que a escolha dos instrumentos foi acertada.

De acordo com a Tabela 2 temos que o  $\rho = 0,75$  e  $\ln \left[ \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \right] = 0,0575$ , e, portanto  $\alpha = 0,48$ , ou seja, o modelo considera um peso de 48% para taxa de crescimento do consumo e 52% para a taxa de pagamento. Utilizamos os parâmetros  $\alpha$  e  $\rho$ , encontrados nessa estimação, para calcularmos o fator de desconto  $\beta$ , da equação (10), da seguinte forma:

$$\beta = \frac{1}{E_t \left[ (1 - \delta_{t+1})(1 + R_{t+1}) \left( \frac{\alpha x_{t+1}^\rho + (1 - \alpha)(1 - \delta_{t+1})^\rho}{\alpha x_t^\rho + (1 - \alpha)(1 - \delta_t)^\rho} \right)^{1/\rho-1} (x_{t+1})^{\rho-1} (x_t)^{-\rho} \right]}$$

O fator de desconto calculado foi de 0,95. Os resultados obtidos permitem que se façam algumas inferências sobre o comportamento do consumidor no mercado de crédito brasileiro. Outros estudos apontam que uma estimativa razoável para o fator de desconto intertemporal,  $\beta$ , próximo à unidade (0,99). Para o caso brasileiro Issler e Piqueira (2000) encontrou um valor de  $\beta = 0,96$ , para dados com frequência trimestral. Em nosso estudo esse parâmetro foi de 0,95 demonstrando que dentro desse contexto desenhado, o consumidor brasileiro é mais impaciente. O fator de desconto corresponde a uma taxa de desconto dada

por  $r = \beta^{-1} - 1$ , assim temos que a taxa de desconto é 5,26% a.t. sugerindo que os tomadores de crédito estão dispostos a pagar uma taxa maior do que a taxa de juros do investidor geral no Brasil encontrada no estudo de Issler e Piqueira (2000), que foi de 4,17% a.t.

Tabela 3 – Resumo de resultados

	Coef.
$\beta$ (Fator de desconto)	0,95
$\sigma$ (Elast. Substituição)	4,02

Fonte: saída Stata 12

Elaboração: própria do autor

A elasticidade de substituição entre a taxa de pagamento e o consumo foi de 4,02 (Tabela 3). Isto pode ser interpretando da seguinte forma: um aumento em 1% na dívida real gera uma queda em 4,02% na relação entre a taxa de pagamento e o consumo.

Os resultados encontrados, na estática comparativa, apontam que a taxa de juros possui uma correlação positiva com a inadimplência e uma correlação negativa com o endividamento real e consumo do agente representativo (Tabela 4). Se houver um choque positivo na taxa de juros em 1 p.p. decorrente de uma política monetária restritiva, por exemplo, implicará num aumento da inadimplência em 0,85 p.p. e no caso de um aumento em 1% na taxa de juros ocasionará uma redução tanto no endividamento real como no consumo em 0,17% e 0,10%, respectivamente.

Tabela 4 – Resumo de resultados da estática comparativa

	Indicadores
$\partial\delta/\partial R$	0,85
$\xi_{m,R}$ (Elast. Substituição)	-0,17
$\xi_{c,R}$ (Elast. Substituição)	-0,10

Fonte: saída stata 12.

Elaboração: própria do autor.

Portanto, quanto maior for a taxa de juros mais os consumidores tendem a adiar o consumo. Isto é particularmente relevante no caso do financiamento dos gastos do governo, pois com o aumento da taxa de juros, irá automaticamente induzir a maiores gastos com o pagamento de juros da dívida. Portanto, a magnitude deste efeito de substituição intertemporal é uma questão central na macroeconomia. Para o Brasil, a magnitude deste efeito é particularmente importante tendo em conta os custos associados a uma política de altas taxas

de juros reais, onde o governo é o principal devedor no mercado financeiro doméstico devido a constantes déficits orçamentários.

Como último exercício, desse capítulo, efetuamos o processo de calibragem das variáveis, o valor encontrado para a taxa de inadimplência foi de 5,73% a.t., muito próxima da taxa média de inadimplência apresentada em nossa série histórica que é de 4,36% a.t. (e 4,85% a.t. considerando um desvio padrão), evidenciando que o modelo proposto está alinhado com os dados observados no período em questão.

### 3.5. SÍNTESE DO CAPÍTULO 3

O objetivo deste capítulo foi o de estudar o grau de substituição entre o consumo e a taxa de pagamento do consumidor representativo no mercado de crédito brasileiro no período de 2005 a 2014. Apresentamos estimativas do fator de desconto intertemporal e da elasticidade de substituição entre o consumo e a taxa de pagamento. Utilizou-se um modelo não linear considerando uma função utilidade mais geral que permitisse a não linearidade no consumo e na taxa de pagamento com intuito de evitar a solução trivial – solução de canto. Para a estimação dos parâmetros foram utilizadas as condições de primeira ordem derivadas do modelo teórico, gerando um modelo com restrições e uma equação de Euler.

Através da estática comparativa foi possível calcular a elasticidade de substituição entre o endividamento real e a taxa de juros, a elasticidade de substituição entre o consumo e a taxa de juros, e a taxa marginal de substituição entre a inadimplência e a taxa de juros, com o intuito de analisarmos a sensibilidade dessas variáveis, em estado estacionário, às alterações na taxa de juros.

Os resultados mostraram que o fator de desconto intertemporal,  $\beta$ , foi menor do que os estudos anteriores apontam, fato que pode ser explicado pela forma como foi desenhado o modelo teórico permitindo absorver, mais especificamente, o comportamento do consumidor tomador no mercado de crédito brasileiro. Outro resultado relevante é que a elasticidade de substituição entre a taxa de pagamento e o consumo foi de 4,02, apontando certo grau de substituição.

O estudo também permitiu a obtenção de outros resultados, como o impacto que a taxa de juros gera nas variáveis: inadimplência, endividamento real e consumo. Eles mostram que choques na taxa de juros possuem um impacto maior na inadimplência do que no endividamento e no consumo. Isso pode ser explicado por uma questão de seleção adversa,

uma vez que os bons pagadores, diante de um aumento na taxa de juros, preferem reduzir seu consumo e se endividarem menos do que assumir um empréstimo com uma taxa de juros mais alta.

## 4 CONCLUSÕES

Uma das ideias centrais deste trabalho foi o de verificar a existência de uma relação estável entre os salários e os gastos em educação e ao mesmo tempo analisar o impacto do diferencial de salários dos trabalhadores com diferentes níveis de ensino sobre a demanda relativa desse insumo. Para tanto, foi necessário a utilização de um modelo de horizonte infinito de oferta de mão de obra para provarmos a existência de tal relação. Esse modelo nos permitiu estimarmos a elasticidade de substituição entre os trabalhadores não qualificados e qualificados, além do cálculo do peso relativo do trabalhador não qualificado na composição da mão de obra agregada.

A outra ideia central foi de estudar o grau de substituição entre o consumo e a taxa de pagamento do consumidor (tomador de crédito) no mercado de crédito brasileiro. Foi possível estimarmos o coeficiente de impaciência do consumidor,  $\beta$ , cujo resultado indica a tendência de comportamento de consumidor tomador de crédito pessoa física e o seu comportamento mediante choques na taxa de juros.

Portanto, diante dessas ideias centrais, uma das contribuições deste trabalho foi de provar que a estrutura de gastos em educação determina a estrutura salarial de longo prazo. Verificamos, empiricamente, que isso é verdade tanto para as UF's como para os países integrantes da UE. Outra contribuição foi identificar por meio dos resultados analíticos com a utilização de dados do mercado de crédito brasileiro a pessoa física, o impacto que as políticas monetárias mediante choque na taxa de juros geram no incentivo ao consumo, na taxa de inadimplência dos tomadores de crédito, bem como no seu nível de endividamento.

Constatou-se assim que, com relação ao estudo sobre os gastos em educação e diferencial de salários por qualificação apresentado no capítulo 2, realmente existe uma relação de longo prazo entre os gastos em educação e salários.

A sugestão para estudos futuros seria buscar uma forma de encontrar uma porcentagem ótima do Produto Interno Bruto – PIB que seria gasto em educação, uma que vez há uma grande dispersão, entre os países, no percentual do PIB gasto em educação. Para se ter uma ideia, em 2012, considerando apenas os gastos públicos em educação, entre os países membros da OCDE, a indonésia gastou 3,3% do seu PIB em educação e temos a Noruega que gastou acima 6% do seu PIB em educação. No caso do Brasil, o seu gasto foi de 5,6% do PIB, situando-se entre os seis países que tiveram os maiores percentuais do PIB gastos em educação, no ano de 2012.

O Brasil tem buscado ampliar esse percentual do PIB gasto em educação. Em 2014, foi aprovado o Plano Nacional de educação – PNE (Lei 13.005/2014), na qual estabelece, em sua meta 20, o percentual mínimo de 7% do PIB do País no 5º ano de vigência desta Lei e o percentual mínimo de 10% do PIB ao final do decênio, para ampliação do investimento público em educação pública. Considerando o PIB de 2015, em torno de R\$5,9 trilhões, em 2019 deverá ser destinado nada menos do que R\$413 milhões e em 2024, R\$590 milhões.

Em relação ao capítulo 3, nós trabalhamos com a demanda por empréstimos e a sugestão seria incluir o setor bancário, analisando a oferta de crédito, uma vez que consideramos, em nosso estudo, a taxa de juros dos empréstimos de forma exógena, assim incluindo o setor bancário essa taxa de juros seria definida de forma endógena e seria possível, também, encontrar a taxa de juros de equilíbrio no mercado de crédito brasileiro.

## REFERÊNCIAS

- ABEL, A. Asset Prices under Habit Formation and Catching Up with the Joneses. **American Economic Review. Papers and Proceedings**, v.80, p.38-42, 1990.
- ABINGTON, C.; BLANKENAU, W. Government education expenditures in early and late childhood. **Journal of Economic Dynamics & Control**, v.37, p.854-874, 2013.
- ACEMOGLU, D. Technical Change, Inequality, and the Labor Market. **Journal of Economic Literature**, v.40, p.7-72, 2002.
- ARIAS, O.; MCMAHON, W. Dynamic Rates of Return to Education in the U.S. **Economics of Education Review**, v.20, p.121-138, 2001.
- ASHENFELTER, O.; KRUEGER, A. Estimates of the Economic Return to Schooling from a New Sample of Twins. **The American Economic Review**, v.84, p.1157-1173, 1994.
- ASHENFELTER, O.; HARMOM, C.; OOSTERBEEK, H. A Review of Estimates of the Schooling/Earnings Relationship, with Test for Publication Bias. **Labour Economics**, v.6, p.453-470, 1999.
- BARBOSA FILHO F.; Pessoa, S. Retorno da Educação no Brasil. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v.38, p.97-125, 2008.
- BECKER, G. Investment in Human Capital: A Theoretical Analysis. **The Journal of Political Economy**, v.70, p.9-49, 1962.
- \_\_\_\_\_, Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education. Columbia University Press, New York, 1964.

BEHRMAN, J.; ROSENZWEIG, M. Does Increasing Women's Schooling Raise the Schooling of the Next Generation? **The American Economic Review**, v.92, p.323-334, 2002.

BLANCHARD, O.; FISCHER, S. Lectures on Macroeconomics. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1989.

BLANKENAU, W.; YOUNDERIAN, X. Early Childhood education expenditures. **Review of Economic Dynamics**, v.18, p.334-349, 2015.

CAVALCANTI, C. B. Intertemporal substitution in consumption: An empirical Investigation for Brazil. **Revista de Econometria**, v.13, p.203-229, 1993.

CONSTANTINIDES, G. Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle. **Journal of Political Economy**, v.98, p.519-543, 1990.

DEARDEN, L. Ability, Families, Education and Earnings in Britain. Institute for Fiscal Studies, 14, 1998.

DUBEY, P.; GEANAKOPOLOS, J.; SHUBIK, M. (2005). Default and Punishment in General Equilibrium. **Econometrica**, v.73, p.1-37, 2005.

ELLIOT, G.; ROTHENBERG, T.; STOCK, J. Efficient tests for an autoregressive unit root. **Econometrica**, v.64, p.813-836, 1996.

EPSTEIN, L.; S. ZIN. Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework. **Econometrica**, v.57, p.937-968, 1989.

FIGUEIREDO, E. Mobilidade intrageracional de renda no Brasil. **Nova economia**, v.20(3), p.427-455, 2010.

GOMES, F. Consumo no Brasil: Comportamento Otimizador, Restrição de Crédito ou Miopia? **Revista Brasileira de Economia**, v.64, p.261-275, 2010.

HANSEN, L.; K. SINGLETON. Generalized Instrumental Variables Estimation of Non-linear Expectations Models. **Econometrica**, 50, 1269-1286, 1982.

HERRINGTON, C. Public Education Financing Systems, Earnings Inequality, and Intergenerational Mobility. **Working Paper**, 2013.

IM, K.; PESARAN, M.; SHIN, Y. Testing for Unit Roots Heterogeneous Panels. **Working Paper**. Department of Applied Economics. University of Cambridge, 1997.

ISSLER, J.; N. PIQUEIRA. Estimating Relative Risk Aversion, the Discount Rate, and the Intertemporal Elasticity of Substitution in Consumption for Brazil Using Three Types of Utility Function. **Brazilian Review of Econometrics**, v.20, p.201-239, 2000.

JEVONS, W. Theory of Political Economy. Londres. v.8, p.267, 1871.

KATZ, L.; MURPHY, K. Changes in Relative Wages: Supply and Demand Factor. **Quarterly Journal of Economics**, v.107, p.35-78, 1992.

LANGONI, C. Distribuição de renda e desenvolvimento econômico do Brasil. Expressão e Cultura. Rio de Janeiro, 1973.

LEVIN, A.; LIN, F. Unit Root Tests in Panel Data: Asymptotic and Finite-sample Properties. California – San Diego. **Discussion Paper**, p.23-92, 1992.

MANACORDA, M.; SANCHEZ-PARAMO, C.; SCHADY, N. Changes in Returns to Education in Latin America: The Role of Demand and Supply of Skills. **Industrial and Labor Relations Review**, v.63, p.307-326, 2010.

MALDONADO, W.; MARQUES, I.; SILVA FILHO, O. A Dynamic Model of Education Level Choice: Application to Brazilian States. **Revista Brasileira de Economia**, v.66(2), p.225-245, 2012.

MARSHALL, A. Principles of Economics. Porcupine Press, Pennsylvania, 1890.

MATEOS-PLANAS, X.; SECCIA, G. Consumer default with complete markets: Risk-based pricing and finite punishment. **Discussion Papers in Economics and Econometrics 1105**, Scholl of Social Sciences, Economics Division. Southampton: Univ. of Southampton, 2011.

MERTON, R. C. Lifetime Portfolio Selection Under Uncertainty: The Continuous Time Case. **Review of Economics and Statistics**, v.51, p.247-257, 1969.

\_\_\_\_\_, Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous Time Model. **Journal of Economic Theory**, v.3, p.373-413, 1971.

MINCER, J. Investment in Human Capital and Personal Income Distribution. **The Journal of Political Economy**, v.66, p.281-302, 1958.

\_\_\_\_\_, Schooling, Earning, and Experience. Columbia University Press, New York, 1974.

NG, S.; PERRON, P. Lag length selection and the construction of unit root tests with good size and power. **Econometrica**, v.69, p.1519-1554, 2001.

PSACHAROPOULOS, G.; HINCHLIFFE, K. Further Evidence on the Elasticity of Substitution Among Different Types of Labor. **Journal of Political Economy**, v.80, p.786-791, 1972.

\_\_\_\_\_, Returns to Investment in Education: A Global Update. **World Development**, v.22, p.1325-1343, 1994.

PECORA, A.; MENEZES-FILHO, N. O papel da Oferta e da Demanda por Qualificação na Evolução do Diferencial de Salários por Nível Educacional no Brasil. **Estudos Econômicos de São Paulo**, v.44, p.205-240, 2014.

PINDYCK, R.; RUBINFELD, D. Livro. Microeconomia. 5ª ed. São Paulo: Prentice Hall, 2002.

RESTUCCIA, D.; URRUTIA, C. Intergeneration Persistence of Earnings: The role of Early and College Education. **The American Economic Review**, v.94, p.1354-1378, 2004.

SCHULTZ, W. O capital humano: Investimento em educação e pesquisa. Rio de Janeiro, 1971.

SUNDARESAN, S. Intertemporally Dependent Preferences and the Volatility of Consumption and Wealth. **The Review of Financial Studies**, v.2, p.73-89, 1989.

WALRAS, L. Éléments d'économie politique pure. **Premier fascicule**. Lausanne, Paris, et Bâle. v.8, p.208, 1874.

WILSON, K. The Determinants of Educational Attainment: Modeling and Estimating the Human Capital Model and Education Production Functions. **Southern Economic Journal**, v.67, p.518-551, 2001.